

**Technická univerzita v Liberci**  
**Fakulta strojní**



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**  
**FAKULTA STROJNÍ**

**Katedra energetických zařízení**



**TOMÁŠ TISOVSKÝ**

Termoakustický motor  
(Thermoacoustic engine)

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.

Konzultant bakalářské práce: Ing. Petr Novotný

Rozsah práce:

Počet stran: 52

Počet obrázků: 12

Počet grafů: 7

Počet příloh: 7

Liberec 2013



**TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**  
**Fakulta strojní**

Katedra energetických zařízení

Studijní rok: 2012/2013

**ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

Jméno a příjmení                      **Tomáš Tisovský**

Studijní program                      **bakalářský - B2341 Strojírenství**

Obor 2302R022                        **Stroje a zařízení**

Zaměření                                **Energetické stroje a zařízení**

Ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách se Vám určuje diplomová práce na téma:

**Výkonové charakteristiky termoakustického motoru**

**Zásady pro vypracování:**

(uveďte hlavní cíle diplomové práce a doporučené metody pro vypracování)

1. Rešerše stávajícího stavu poznání.
2. Návrh experimentu a příprava experimentálního zařízení (zapojení chladicího okruhu, instalace měření akustického výkonu, instalace měření topného a chladicího výkonu).
3. Měření výkonových charakteristik ve zvolených režimech.
4. Zpracování výsledků a jejich popis a diskuze.

Forma zpracování diplomové práce:

- původní zpráva: cca 35 stran
- grafické práce: 5 (schéma zapojení, dokumentace experimentů)

Seznam doporučené literatury:

- [1] Swift G.,W., Thermoacoustic engine, JASA, Vol.84, No. 4, 1998
- [2] <http://www.lanl.gov/thermoacoustics/>
- [3] Rieger, F., Šesták, J.: Přenos hybnosti, tepla a hmoty, 1996, Vydavatelství ČVUT Praha

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Tomáš Vít, Ph.D.

Konzultant bakalářské práce: Ing. Petr Novotný

L. S.

doc. Ing. Václav Dvořák,  
Ph.D.  
vedoucí katedry

doc. Ing. Miroslav Malý,  
CSc.  
děkan

V Liberci dne

---

Platnost zadání diplomové práce je 15 měsíců od výše uvedeného data. Termíny odevzdání diplomové práce jsou určeny pro každý studijní rok a jsou uvedeny v harmonogramu výuky.

## **Prohlášení**

Byl jsem seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se vztahuje zákon č.121/2000 Sb. o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci, nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím práce a konzultantem.

Datum 23. 05. 2013

Podpis

## **Declaration**

I have been notified of the fact that Copyright Act No. 121/2000 Coll. Applies to my thesis in full, in particular Section 60, School Work.

I am fully aware that the Technical University of Liberec is not interfering in my copyright by using my thesis for the internal purposes of TUL.

If I use my thesis or grant a licence for its use, I am aware of the fact that I must inform TUL of this fact; in case TUL has the right to seek that I pay the expenses invested in the creation of my thesis to the full amount.

I complied the thesis on my own with the use of the acknowledged sources and on the basis of consultation with the head of the thesis and the consultant.

Date 23. 05. 2013

Signature

## **Poděkování**

Tímto bych chtěl poděkovat všem, kteří mi pomohli s tvorbou mé bakalářské práce. Zvláště pak doc. Ing. Tomáši Vítovi Ph.D. a Ing. Petru Novotnému.

Mé díky patří také mé rodině a přátelům za jejich podporu při studiu.

## **Abstrakt**

Cílem této bakalářské práce je měření a zhodnocení výkonových charakteristik termoakustického motoru. Teoretická část práce vychází ze základních vztahů termodynamiky a akustiky a podává jak kvalitativní, tak později i kvantitativní popis termoakustického jevu. Závěrem je odvozen vztah pro výkon termoakustického motoru.

Druhá část práce se zabývá návrhem a průběhem experimentu. Získaná data jsou zpracována graficky i početně a následně je provedena diskuze výsledků.

## **Klíčová slova**

Termoakustický motor, termoakustický efekt, stack, rezonátor, akustický tlak, teplota, výkon

## **Abstract**

The aim of this bachelor thesis is to measure and evaluate power characteristics of a thermoacoustic engine. Theoretical part of this thesis is based on basic equations of thermodynamics and acoustic and gives qualitative as well as quantitative description of thermoacoustic principle. The equation for thermoacoustic power is derived as well.

Second part of the thesis deals with design and course of the experiment. Acquired data are processed graphically as well as numerically and in conclusion the results are discussed.

## **Key words**

Thermoacoustic engine, thermoacoustic effect, stack, resonator, acoustic pressure, temperature, power

<b>1. Úvod .....</b>	<b>12</b>
1.1 Úvod do termoakustiky .....	12
1.2 Historie termoakustiky .....	13
1.3 Druhy termoakustických zařízení .....	15
<b>2. Termodynamika, akustika, základy termoakustiky .....</b>	<b>16</b>
2.1 Termodynamika .....	16
2.2 Zvuk jako mechanické vlnění, stojaté vlnění .....	18
2.3 Termodynamický cyklus, stack .....	21
<b>3. Rovnice termoakustiky .....</b>	<b>25</b>
3.1 Vlnová rovnice .....	25
3.2 Teplotní spád .....	28
3.3 Výkon termoakustického zařízení .....	30
<b>4. Návrh experimentu .....</b>	<b>33</b>
4.2 Problém chlazení a problém vysokých teplot .....	34
4.3 Příprava měření .....	35
<b>5. Vyhodnocení výsledků, výpočty .....</b>	<b>37</b>
5.1 Přímá získaná data .....	37
5.2 Vyhodnocení teplot .....	37
5.3 Vypočtené hodnoty některých základních veličin termoakustiky .....	38
5.4 Diskuze výsledků .....	40
<b>6. Závěr .....</b>	<b>43</b>
<b>Seznam použité literatury .....</b>	<b>44</b>
<b>Seznam příloh .....</b>	<b>46</b>



### Seznam použitých symbolů:

$a$	$[\frac{m}{s}]$	Rychlost zvuku v daném prostředí
$c_p$	$[\frac{J}{kg K}]$	Izobarická měrná tepelná kapacita
$c_v$	$[\frac{J}{kg K}]$	Izochorická měrná tepelná kapacita
$E$	$[J]$	Ostatní formy energie
$f$	$[Hz]$	Frekvence vlnění
$f_{\text{hlukomeru}}$	$[Hz]$	Frekvenční pík naměřený hlukoměrem
$H_m$	$[\frac{J}{mol}]$	Molární entalpie
$h$	$[m]$	Vzdálenost hlukoměru od otevřeného konce rezonátoru
$K$	$[\frac{K}{m}]$	Konstanta
$k$	$[\frac{1}{m}]$	Úhlový vlnočet (resp. Vlnové číslo)
$k_T$	$[\frac{W}{m K}]$	Tepelná vodivost
$L$	$[m]$	Délka rezonátoru
$L_p$	$[dB]$	Hladina akustického tlaku
$L_s$	$[m]$	Délka stacku
$m$	$[kg]$	Hmotnost
$N_L$	$[1]$	Lautrecovo číslo
$n$	$[1]$	Počet pórů stacku
$\dot{n}$	$[\frac{mol}{s}]$	Molární tok
$P_{\text{topny}}$	$[W]$	Výkon topné spirály
$p$	$[Pa]$	Tlak
$p_0$	$[Pa]$	Maximální hodnota akustického tlaku
$p_1$	$[Pa]$	Okamžitá hodnota akustického tlaku
$p_{\text{ef}}$	$[Pa]$	Efektivní hodnota akustického tlaku

$p_m$	[Pa]	Střední hodnota akustického tlaku
$p_{ref}$	[Pa]	Referenční tlak vzduchu ( $p_{ref}=20\mu Pa$ )
$Q$	[J]	Teplo
$\dot{Q}$	$[\frac{J}{s}]$	Tepelný výkon
$\dot{Q}_C$	$[\frac{J}{s}]$	Tepelný tok na studeném konci
$\dot{Q}_H$	$[\frac{J}{s}]$	Tepelný tok na horkém konci
$q$	$[\frac{J}{kg}]$	Měrné teplo
$r$	$[\frac{J}{kg K}]$	Měrná plynová konstanta
$r_h$	[m]	Hydraulický poloměr
$r_l$	[m]	Hydraulický poloměr
$\dot{S}$	$[\frac{J}{K s}]$	Tok entropie
$S_m$	$[\frac{J}{K mol}]$	Molární entropie
$T$	[K]	Termodynamická teplota
$T_1$	[K]	Okamžitá amplituda teploty
$T_m$	[K]	Střední hodnota teploty vzduchu
$t$	[s]	Čas
$U$	[V]	Napětí na topné spirále
$\dot{U}$	$[\frac{J}{s}]$	Tok vnitřní energie
$u$	[m]	Okamžitá akustická výchylka
$u_0$	[m]	Maximální amplituda akustické výchylky
$u_1$	[m]	Místní amplituda akustické výchylky
$\dot{u}$	$[\frac{m}{s}]$	Akustická rychlost
$\ddot{u}$	$[\frac{m}{s^2}]$	Akustické zrychlení

$V_1$	$[m^3]$	Okamžitá amplituda objemu
$V_m$	$[m^3]$	Střední hodnota objemu
$\dot{V}$	$[\frac{m^3}{s}]$	Objemový tok
$\dot{W}$	$[\frac{J}{s}]$	Tok termoakustické práce
$x$	$[m]$	Podélná vzdálenost
$x_s$	$[m]$	Vzdálenost stacku od uzavřeného konce rezonátoru
$y$	$[m]$	Příčná vzdálenost
$z$	$[m]$	Příčná vzdálenost kolmá na $y$
$\beta$	$[\frac{1}{K}]$	Koeficient izobarické roztažnosti
$\delta_k$	$[m]$	Tepelná penetrační hloubka
$\epsilon$	$[1]$	Poměrná deformace
$\eta$	$[1]$	Teoretická účinnost
$\eta_c$	$[1]$	Účinnost Carnotova cyklu
$\kappa$	$[1]$	Poissonova konstanta
$\lambda$	$[m]$	Vlnová délka
$\nu$	$[\frac{m^2}{s}]$	Kinematická viskozita
$\rho_m$	$[\frac{kg}{m^3}]$	Střední hodnota hustoty vzduchu
$\Pi$	$[m]$	Užitečná délka stacku
$\varphi$	$[rad]$	Fázový úhel
$\omega$	$[\frac{1}{s}]$	Úhlová frekvence
$\delta T$	$[K]$	Změna teploty
$\Delta T_{c,s}$	$[K]$	Střední hodnota rozdílu teplot ve středu stacku
$\Delta T_{e,s}$	$[K]$	Střední teplota rozdílu teplot na okraji stacku
$\Delta T_s$	$[K]$	Střední hodnota rozdílu teplot

$\Delta T_{s, \text{hot}}$	[K]	Střední hodnota teploty na horkém konci stacku
$\nabla T_{\text{krit}}$	$[\frac{\text{K}}{\text{m}}]$	Kritický teplotní spád
$\nabla T_{\text{m}}$	$[\frac{\text{K}}{\text{m}}]$	Teplotní spád podél stacku

# 1. Úvod

## 1.1 Úvod do termoakustiky

Jak již samotný název naznačuje, termoakustika kombinuje termodynamiku a akustiku a popisuje tak interakci mezi zvukem a teplem.

Obvykle je zvuková vlna v plynu brána jako jev složený z oscilací tlaku a rychlosti. V důsledku takových tlakových oscilací (které jsou vlastně izoentropickým dějem) však dochází rovněž k tepelným oscilacím. Ve volném prostoru budou tepelné rozdíly malé a částice plynu budou expandovat a komprimovat adiabaticky. Pokud však dovolíme plynu tepelně reagovat s pevnými stěnami, dojde k přenosu tepla mezi plynem a pevným tělesem a může se uplatnit termoakustický jev.

Bylo zjištěno, že za správných provozních podmínek může být tento jev využit k vytvoření dvou druhů termoakustických zařízení: tepelná čerpadla, která využívají zvuku k přenosu tepla, a tzv. termoakustické motory, které převádí teplo na užitečnou akustickou energii. Užitečná akustická energie může být dále přeměněna na energii elektrickou za pomoci piezoelektrického krystalu, nebo může být využita k chlazení.

Typicky jsou podobná zařízení konstruována z rovných nebo zakřivených trubíc s pórovitým médiem, vhodně uloženým uvnitř.

Termoakustická zařízení mohou přečerpávat teplo nebo produkovat mechanickou práci při dobré účinnosti, díky čemuž mohou mít značné praktické využití. Navíc mohou, na rozdíl od konvenčních motorů a chladících zařízení, fungovat bez přítomnosti klik a pístů. Odpadá tedy tření a tím pádem mazání. Díky této skutečnosti a jejich vlastní jednoduchosti jde o velmi spolehlivá zařízení, nemající velké nároky na údržbu a mohou být vyrobena s minimálními náklady. V neposlední řadě jsou termoakustické motory ekologicky nezávadné, jelikož využívají ekologicky nezávadné plyny, neprodukují žádný

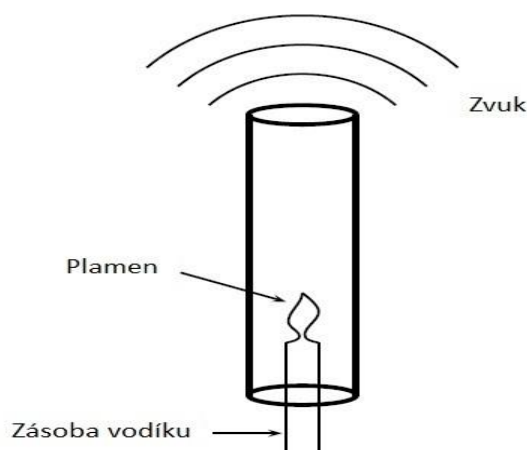
toxický odpad a dají se jednoduše přizpůsobit k využívání solární energie nebo odpadního tepla jako zdrojů energie.

V plánu bylo například využití biomasy k pohonu termoakustického zařízení pro potřeby rozvojových zemí Afriky a těžko dostupných pohoří Asie. Rovněž bylo navrženo termoakustické zařízení plánované využít jako generátor elektrické energie na palubách kosmických lodí, jelikož se ukázalo být o 11% efektivnějším než do té doby uvažované termoelektrické generátory [9].

Navzdory mnohým nesporným výhodám existuje stále ještě mnoho překážek, které budou muset být překonány, aby byla termoakustická zařízení konkurenceschopná ve větším měřítku. Vzhledem k oscilační povaze toku a k interakcím pracovní látky s pevnými stěnami mohou vznikat komplikace např. v podobě turbulence. Dále i samotný přenos tepla je daleko od ideálního a dochází ke zvyšování entropie. Kombinovaný efekt těchto fenoménů může způsobit, a v konečném důsledku i způsobí, snížení výkonnosti a zadržuje tak vývoj vysoce účinných termoakustických zařízení. [1]

## **1.2 Historie termoakustiky**

Zájem o termoakustiku se poprvé objevil v roce 1816, kdy Pierre Simon de Laplace ukázal, že ani Isaac Newton nebyl neomylný. Laplace poukázal, že Newtonův výpočet rychlosti zvuku nebyl správný, jelikož předpokládal izotermickou kompresi a expanzi vzduchu a nebyl korigován pro změny teploty. Uvážením této skutečnosti došel Laplace k hodnotě, jež byla o 18% vyšší [4].



Obr. 1.1: Higginsův "zpívající plamen"

Prvním záznamem o teplem řízených oscilacích byla pozorování Higginse v roce 1777, který experimentoval s na jedné straně uzavřenou skleněnou trubicí, ve které byly vyvozeny akustické oscilace díky vhodnému umístění vodíkového plamene, nazývaného poeticky „zpívající“ plamen [10] (viz. Obr. 1.1 [1]).

První kvalitativní vysvětlení teplem vznikajících oscilací bylo pak podáno v roce 1887 Lordem Rayleighem. V jeho práci „The Theory of Sound“ [11] vysvětluje produkci termoakustických oscilací jako souhru mezi teplotním tokem a změnou hustoty:

„Pokud je vzduchu dodané teplo v momentě jeho největší kondenzace nebo je mu naopak teplo odebráno v momentě jeho největší expanze, jsou vzbuzeny oscilace.“

Rayleighovo kvalitativní porozumění se ukázalo být správným, ale kvantitativně přesný teoretický popis tohoto jevu nebyl dosažen ještě po mnoho let. Obrácený proces, tedy vygenerování teplotního rozdílu pomocí akustických oscilací, je relativně nový fenomén.

### 1.3 Druhy termoakustických zařízení

Uvažme termoakustické zařízení typu znázorněného na obrázku 1.2 [1], které obsahuje plyn a pevné pórovité médium, sousedící s výměníky tepla, nazývané stack. Dále mohou být na konci připevněny reproduktory nebo jiné zdroje zvuku. Pórovité médium je modelováno jako množství přímých pórů, seřazených ve směru šíření zvuku. Termoakustická zařízení mohou být rozdělena na několik kategorií. Nejčastější dělení je na zvukem poháněná zařízení a teplem poháněná zařízení [5].



Přímá trubka (rezonátor)

Obr. 1.2: Schéma

#### Motor a tepelné čerpadlo/chlazení

Teplem poháněná TA zařízení označujeme jako motory a zvukem poháněná zařízení jako tepelná čerpadla. TA motor absorbuje teplo ze zdroje o vysoké teplotě a odvádí teplo do místa o nízké teplotě, přičemž produkuje termoakustickou práci na výstupu. Tepelné čerpadlo, popř. chladnička, absorbuje teplo ze zdroje o nízké teplotě a vyžaduje dodání termoakustické práce k přenosu tepla do místa o vysoké teplotě. Jediným rozdílem mezi chladničkou a tepelným čerpadlem je, zda je naším cílem odebrat teplo z místa o nižší teplotě (chlazení), nebo zda chceme dodat teplo do místa o vyšší teplotě (topení). V této práci je užíváno termínu tepelné čerpadlo volně a odkazuje se jím na obě tato zařízení.



## 2. Termodynamika, akustika, základy termoakustiky

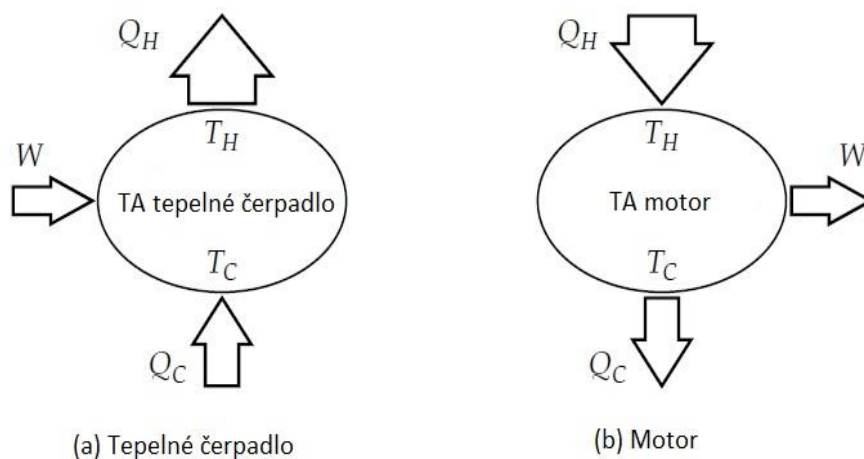
Následující kapitola využívá základních zákonů termodynamiky a ukazuje, jakým způsobem je lze využít k vyhodnocení toho, jak dobře TA motor, popř. TA tepelné čerpadlo pracuje. Dále bude více osvětlen mechanismus, který stojí za termoakustickou produkcí zvuku nebo tepla, analyzováním termodynamického cyklu, kterým částice plynu prochází.

### 2.1 Termodynamika

Termoakustický systém je kompletně charakterizován tokem tepla a práce, jež je znázorněn na obrázku 2.1 [1]. Řekněme, že  $T_H$  je teplota na horkém konci a  $T_C$  je teplota na studeném konci. V TA tepelném čerpadle je akustická práce užita ke generování tepelného toku proti směru teplotního spádu odebráním tepla  $Q_C$  na studeném konci a přívodem tepla  $Q_H$  na horkém konci. Naproti tomu v TA motoru je akustická práce produkována přenosem tepla z místa o vyšší teplotě na místo o teplotě nižší odebráním tepla  $Q_H$  z místa o vyšší teplotě a přiváděním tepla  $Q_C$  na místo o teplotě nižší. Energetický tok v termodynamickém systému je řízen prvním a druhým zákonem termodynamiky. První zákon se týká zachování energie a popisuje charakter změny toku vnitřní energie  $\dot{U}$  systému. Teplo a entalpie jsou systému dodávány. Platí rovnice

$$\dot{U} = \sum_{(i)} \dot{Q}_i + \sum_{(i)} \dot{n}_i H_m - p\dot{V} + E \quad (1)$$

Zde  $\dot{n}$  je molární tok látek vstupujících do systému a  $H_m$  je molární entalpie,  $\dot{Q}$  je tepelný výkon a  $E$  odpovídá ostatním formám energie vstupujících nebo vystupujících ze systému. Sumace je použita pro započítání všech různých zdrojů zvuku a hmoty, které jsou v kontaktu se systémem.



Obr. 2.1: Tok práce a tepla uvnitř (a) termoakustického tepelného čerpadla a (b) termoakustického motoru.

Druhý zákon termodynamiky říká, že kterýkoli probíhající reálný proces způsobí zvýšení celkové entropie systému. Druhý zákon lze formulovat

$$\dot{S} = \sum_{(i)} \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \sum_{(i)} \dot{n}_i S_m + \dot{S}_i \quad (2)$$

Změna entropie  $\dot{S}$  odpovídá součtu změn entropie v důsledku tepelného toku, hmotnostního toku  $\dot{n}S_m$  a nevratné produkce entropie v systému  $\dot{S}_i$ . Sumační znaky jsou opět užity jako důsledek existence více možných zdrojů zvuku a hmoty.

V uvažovaném termoakustickém systému není žádný hmotnostní tok dovnitř nebo mimo systém, objem v systému je konstantní, a jedinou prací, vykonanou na systému, je termoakustická práce  $W$ . Ve výsledku se tak naše zákony zredukují do následujících tvarů:

Pro TA motor platí

$$\dot{U} = -\dot{Q}_C + \dot{Q}_H - \dot{W} \quad (3)$$

$$\dot{S} = -\frac{\dot{Q}_C}{T_C} + \frac{\dot{Q}_H}{T_H} + \dot{S}_i \quad (4)$$

Navíc je předpokládán ustálený stav, takže lze položit  $\dot{U}=0$  a  $\dot{S}=0$ .

Takže platí

$$-\dot{Q}_C + \dot{Q}_H - \dot{W} = 0 \quad (5)$$

Nakonec, uvážíme-li, že pro entropii v systému platí  $\dot{S}_i \geq 0$ , dostaneme

$$\frac{\dot{Q}_C}{T_C} \geq \frac{\dot{Q}_H}{T_H} \quad (6)$$

Rovnosti může být dosaženo pouze v ideální situaci, kdy neprobíhají žádné nevratné děje. [12]

### **Termodynamický výkon**

Výkon TA motoru je vyjádřen účinností  $\eta$ . Motor užívá tepelnou energii  $\dot{Q}_H$ , aby produkoval co možná nejvíc akustické práce  $\dot{W}$ , tudíž je jeho účinnost definována jako:

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} \quad (7)$$

Užitím rovnice (5) dostáváme

$$\eta = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}{\dot{Q}_H} \quad (8)$$

Dále dosadíme rovnici (6) a dostáváme

$$\eta \leq \frac{T_H - T_C}{T_H} = \eta_c \quad (9)$$

Zde  $\eta_c$  je účinnost Carnotova cyklu. (Hodnoty účinnosti leží v rozsahu (0;1).)

Relativní účinnost je definována jako:  $\eta_R = \frac{\eta}{\eta_c}$ .

Účinnost není samozřejmě jediným kritériem výkonnosti TA motoru. Dalšími kritérii může být například cena, spolehlivost, dostupnost materiálu, bezpečnost nebo složitost návrhu.

## **2.2 Zvuk jako mechanické vlnění, stojaté vlnění**

### **Zvuk**

Zvuk lze popsat jako podélné vlnění částic látkového prostředí, ve kterém se šíří, v našem případě jde o vzduch.

Pro okamžitou výchylku částice z její základní polohy v přímé bodové řadě platí

$$u = u_1 \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{a}\right) + \varphi_0\right) \quad (10)$$

## Stojaté vlnění

Stojaté vlny jsou přírodním úkazem, který lze vytvořit jakoukoli vlnou, ať už jde o vlny světelné, zvukové nebo třeba vlny na vodní hladině.

Stojaté vlnění je charakterizováno dvěma základními body: uzly a kmitnami. Uzly jsou lokalizovány v místech, kde proti sobě jdoucí vlny interferují a vytvoří místa s nulovou výchylkou. Místa s maximální výchylkou jsou nazývána kmitny a nachází se teoreticky přesně mezi dvěma sousedními uzly.

Postupují-li proti sobě dvě vlnění téže frekvence  $f$ , stejných amplitud  $u_m$  a opačné fáze, výsledná výchylka v libovolném bodě  $X$  v čase  $t$  je dána součtem obou výchylek

$$u = u_m \left( \sin\left(\omega t - kx - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\omega t + kx + \frac{\pi}{2}\right) \right) =$$

$$u_0 \sin(kx) \sin(\omega t) = u_1 \sin(\omega t) \quad (11)$$

Zde  $k = \frac{\omega}{a} = \frac{2\pi}{\lambda}$  je úhlový vlnčet,  $a$  je rychlost zvuku v médiu a člen  $u_0 \cos(kx)$  je na poloze závislá amplituda výchylky částice zvuku.

Uzel vlny nastává při  $kx = (2n-1)\pi$  pro  $n = 1, 2, 3, \dots$

Stojaté vlnění vzniká interferencí původní vlny a vlny odražené. K vysvětlení odrazu vln pro podélné vlnění vzduchu v rezonátoru uijme analogii s příčným vlněním na struně [14].

Rozeznáváme dva případy:

- 1) Představme si strunu, jež je na svém levém konci upevněna a tedy znehybněna. Pulz, který zprava dospěje k tomuto konci, působí na stěnu urč. silou ve směru nahoru. Podle zákona akce a reakce tedy také stěna působí na okrajovou částici struny stejně velkou, ale opačně orientovanou silou. Tato reakční síla vytváří u stěny nový pulz, který postupuje podél struny od konce zpátky. Vlna odražená na pevném konci je v protifázi k přicházející vlně. Jako uzel si zde lze v dané analogii představit uzavřený konec rezonátoru.
- 2) Představme si strunu, jež má na svém levém konci připevněn lehký prstenec, jež může volně a bez tření klouzat po přímé tyči. Dopadající pulz vytáhne strunu

i s prstencem na tyči směrem nahoru, struna se tedy na svém konci prodlouží a vznikne v ní napětí. Výsledkem je pohyb prstence směrem dolů a tím i následný vznik odraženého pulzu. U konce struny vzniká kmitna. Vlna odražená na volném konci je ve fázi s přicházející vlnou. Jako tento poddajný konec si zde lze v dané analogii představit otevřený konec rezonátoru.

Pro frekvenci zvuku v našem rezonátoru platí (rezonátor označujeme jako čtvrtvlnový)

$$f = \frac{a}{\lambda} = \frac{a}{4L} \quad (12)$$

### **Akustika, akustický výkon**

Zvukem je každé mechanické vlnění v látkovém prostředí, které je schopno vyvolat v lidském uchu sluchový vjem [13].

Rychlost zvuku ve vzduchu (jako ideálním plynu) [15]

$$a = \sqrt{\kappa r T} \quad (13)$$

Akustický tlak způsobený zvukovou vlnou definujeme jako rozdíl okamžitého tlaku při šíření vlnění a tlaku statického, kdy se vlnění prostředím nešíří.

Hladina akustického tlaku je

$$L_p = 20 \log \frac{p_{ef}}{p_0} \quad (14)$$

Kde  $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$  je tzv. referenční tlak zvuku a  $p_{ef} = \frac{p_1}{\sqrt{2}}$  je efektivní hodnota akustického tlaku.

### **Účinky zvuku na lidský organismus**

Slyšitelné zvuky jsou významným zdrojem informací člověka. Tiché a melodické zvuky působí příznivě na jeho životní funkce. Už v starověkém Egyptě, Indii a Řecku léčili hudbou. Dnes se léčebné účinky tiché a melodické hudby využívají v muzikoterapii.

Tak jako na jedné straně přiměřený zvuk zabezpečuje potřebné informace a má celkový pozitivní vliv na člověka, vytváří zvukovou pohodu, na druhé straně, když intenzita zvuku překročí zdravotní limity, zvuk se stává škodlivým a nazýváme jej hlukem. Hluk je velmi škodlivý ekologický faktor, jeho působení na organismus je nebezpečné především tím, že člověk proti jeho působení nemá žádné

přirozené obranné mechanismy. Škodlivý vliv nadměrného hluku na zdraví je lékařsky prokázáný a kumuluje se s dobou, po kterou jsme hluku vystavováni. [13]

## **2.3 Termodynamický cyklus, stack**

V této části bude podána podrobnější analýza samotného termoakustického procesu, tedy budou popsány všechny kroky, kterými částice plynu prochází, zatímco osciluje v přímém póru. Zároveň bude přiblížen stack jako nedílná součást TA zařízení pracujícího na principu stojatého vlnění.

### **Stack**

Stack je nejdůležitější částí TA zařízení. Skládá se z množství pórů, jež jsou seřazeny paralelně k ose rezonátoru. Účelem stacku je poskytnout médium pro přenos tepla zatímco zvuková vlna osciluje rezonátorem. Zařízení se stackem jsou často též nazývaná zařízeními založenými na stojatém vlnění (viz. dále). Většina stacků je vyrobena z keramiky, jejíž tepelnými vlastnostmi je dáno, že nedochází k vedení tepla podél stacku, ale dochází pouze k lokální absorpci tepla. [5]

### **Klasifikace stacku**

Stackem nazýváme pórovité médium, jehož Lautrecovo číslo [5]  $N_L = \frac{r_h}{\delta_k} \gtrsim 1$ , kde  $r_h$  (hydraulický poloměr) je roven poměru objemu póru k ploše póru, jež přijde do styku s plynem.

Pokud je  $N_L \ll 1$ , nazývá se pórovité médium regenerátor. (Regenerátor se užívá, pokud jde o zařízení s postupnou vlnou.)

### **Vlastnosti stacku**

Stack by měl být z materiálu s nízkou tepelnou vodivostí a zároveň s dostatečně velkou měrnou tepelnou kapacitou vzhledem k měrné tepelné kapacitě plynu  $c_p$ , aby bylo možno považovat teplotu desky za neměnnou.

**Tepelná penetrační hloubka  $\delta_k$  a viskozní mezní vrstva  $\delta_v$**

Podle G. W. Swifta je ideální šířka póru  $d = 4\delta_k$  [7]. Tepelná penetrační hloubka je vzdálenost, kterou může teplo v plynu proniknout za daný čas (zhruba  $1/\pi f$ ). Jelikož částice vzduchu v rezonátoru neustále oscilují, můžeme tepelnou penetrační hloubku považovat za konstatní. Tepelná penetrační hloubka pro oscilující zdroj tepla je rovna

$$\delta_k = \sqrt{\frac{k_T}{\pi f \rho_m c_p}} \quad (15)$$

Kde:

$k_T$  – tepelná vodivost zdroje tepla (v našem případě vzduchu)  $[\frac{W}{m K}]$

$f$  – frekvence stojaté vlny [Hz]

$\rho_m$  – hustota vzduchu  $[\frac{kg}{m^3}]$

$c_p$  – izobarická měrná tepelná kapacita  $[\frac{J}{kg K}]$

Definujme dále tloušťku viskózní mezní vrstvy

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad (16)$$

Předpokládejme nyní TA zařízení se stackem, tj. zařízení, kde zvuková vlna po odrazu interferuje sama se sebou a vzniká stojaté vlnění. Dále předpokládejme, že částice plynu osciluje ve vzdálenosti  $y$  od plochy póru stacku. Částice prodělá zvýšení tlaku (kompresi) a pokles tlaku (expanzi) zatímco se přemísťuje.

V závislosti na velikosti  $y$  vzhledem k tepelné penetrační hloubce  $\delta_k$  může dojít i k přenosu tepla.

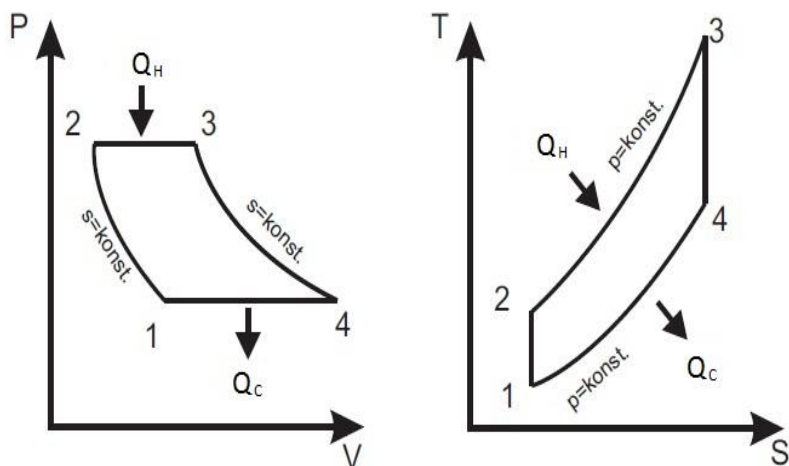
Uvažujeme tři možnosti [1]:

- 1) **Žádný tepelný kontakt ( $y \gg \delta_k$ ) (příliš velký stack)**  
Pokud nedochází k tepelnému kontaktu mezi částicí plynu a deskou, částice bude expandovat a komprimovat vratně adiabaticky a nedojde k přenosu tepla.
- 2) **Dokonalý tepelný kontakt ( $y \ll \delta_k$ ) (regenerátor)**  
V prvním kroku je částice plynu stlačena a vychýlena směrem k horkému konci stacku. Ve stejném okamžiku bude částice ohřívána (TA motor) nebo ochlazována (TA tepelné čerpadlo). Protože dochází k dokonalému

tepelnému kontaktu, tepelná výměna a komprese proběhnou současně. V dalším kroku je částice plynu vychýlena zpět směrem ke studenému konci a nastane obrácený děj. Částice bude ochlazována v případě TA motoru a ohřívána v případě TA tepelného čerpadla.

### 3) **Nedokonalý tepelný kontakt ( $\gamma \approx \delta_k$ ) (klíčový pro TA)**

Díky vzdálenosti mezi plynem a ploškou póru nastává zpoždění mezi pohybem částice a přenosem tepla. Ve výsledku pak částice prodělá cyklus o 4 krocích, tzv. Ericsson-Braytonův cyklus (viz. Obr. 2.2 [6]). V případě TA motoru jsou částice komprimovány a vychýleny ze své původní polohy (A-B), ohřáty (B-C), expandovány a vychýleny zpět (C-D) a ochlazeny (D-A) (viz. obr 2.3 [1]).



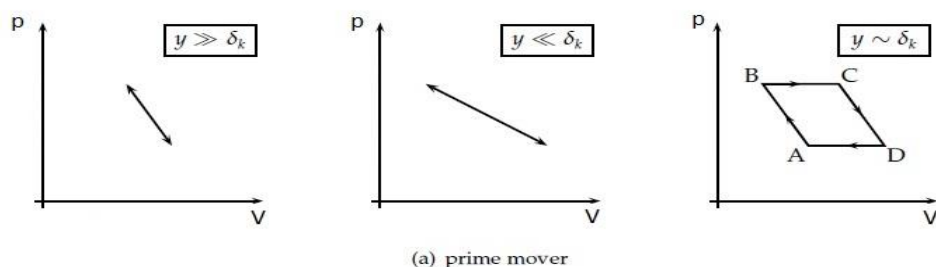
Obr. 2.2: Ericsson-Braytonův cyklus  
1-2 adiabatická komprese  
3-4 adiabatická expanze

2-3 izobarický ohřev  
4-1 izobarické ochlazení

Akustická práce absorbována nebo produkována částicí plynu odpovídá ploše  $\oint_{(V)} p dV$  v diagramu  $p$ - $V$ . Na obrázku 2.3 [1] vidíme, že teplo může být přeměněno na akustickou práci (nebo naopak) pouze tehdy, pokud existuje zpoždění mezi kompresí nebo expanzí a přenosem tepla.



Toto je důvodem, proč jsou v zařízeních konstruovaných na principu stojatých vln užity stacky s póry, jež mají příčné rozměry odpovídající několika málo tepelným penetračním hloubkám. Nedokonalý tepelný kontakt je rozhodující pro vznik termoakustického efektu, ale zároveň je příčinou nevratného přenosu tepla, což má negativní vliv na účinnost TA zařízení.



Obr. 2.3: Schématický p-V diagram probíhaný částicí vzduchu v na stacku založeném TA motoru

Fakt, že pracovní cyklus TA zařízení založených na stacku vyžaduje, aby tlak a výchylka byly ve fázi, vysvětluje, proč jsou zařízení založená na stacku také často popisována jako zařízení, založená na stojaté vlně.

Zda TA zařízení pracuje jako motor nebo jako tepelné čerpadlo, závisí na velikosti teplotního spádu podél stacku. V průběhu komprese je částice plynu současně ohřívána a vychylována podél póru stacku. Dále, pokud je teplotní spád podél stacku dostatečně velký, teplota stěny bude vyšší než teplota částice plynu. Proto bude teplo dodáno ze stěny plynu. Pak dojde k expanzi částice a ta se vrátí zpět do původní polohy, kde bude teplota částice stále ještě vyšší než teplota stěny a teplo bude tedy dodáno z plynu stěně. Výsledkem je, že teplo je přenášeno z místa o vyšší teplotě na místo o teplotě nižší, bude produkována akustická práce [1].

### 3. Rovnice termoakustiky

V následující kapitole předpokládejme, že stack je dostatečně krátký a je dostatečně daleko jak od otevřeného, tak od zavřeného konce rezonátoru, takže mohou být amplitudy akustického tlaku a akustické rychlosti považovány za konstantní. Dále předpokládejme, že pracovní látka má nulovou viskozitu a že stack má dostatečně velkou měrnou tepelnou kapacitu a nízkou tepelnou vodivost.

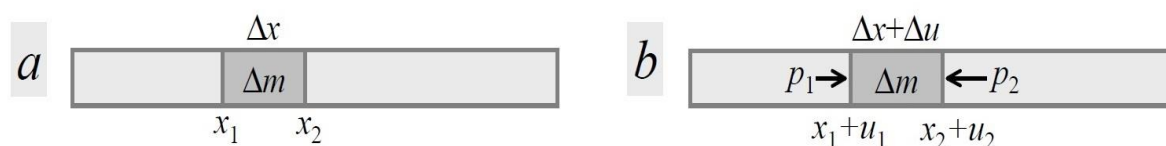
#### 3.1 Vlnová rovnice

##### Odvození vlnové rovnice v jedné dimenzi

Zvukové vlny ve vzduchu představují vlny stlačení jednotlivých vrstev vzduchu a je možno je popsat například časovou změnou tlaku  $p(t)$ . Tlak obsahuje dvě složky, velkou a na čase téměř nezávislou složku představující barometrický tlak  $p_0 \approx 101\,325\text{ Pa}$  a malou velmi rychle se měnící složku představující akustický tlak  $p_a$ . Právě tato malá střídavá složka popisuje zvukové vlny. Velikost akustického tlaku je ve srovnání s atmosférickým tlakem vzduchu nepatrná, obvykle je z intervalu  $10^{-5}$  až  $10^2\text{ Pa}$ . Díky tomu je možno rovnice popisující zvukové vlny linearizovat [4].

Podélné vlny jsou vlny relativního zředění a zhuštění vzduchu.

Sestavíme pohybovou rovnici elementu vzduchu v rezonátoru dle obrázku 3.1 [4]



Obr. 3.1: Ilustrace k odvození pohybové rovnice pro chvění vzduchu

(a) - klidový stav elementu

(b) - stav elementu v obecném okamžiku  $t$

Na element působí z obou stran tlak okolního vzduchu. Silová výslednice je rovna

$$\Delta F = (p_1 - p_2)S = -\Delta p S \approx -\frac{\partial p}{\partial x} S \Delta x \quad (17)$$

Z druhého Newtonova zákona pak dostáváme pohybovou rovnici

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (18)$$

Chování látek pod tlakem popisuje stavová rovnice, což je vlastně závislost hustoty na tlaku. Při zkoumání akustických vln vystačíme s linearizovanou stavovou rovnicí. Protože předpokládáme malé poruchy kolem rovnovážného tlaku  $p_m$  a hustoty  $\rho_m$ , platí

$$p_{abs} = p_m + p_1 \quad (19)$$

$$\rho_{1abs} = \rho_m + \rho_1 \quad (20)$$

Stavová rovnice se pak dá linearizovat a má tvar

$$p \approx \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0 \rho \quad (21)$$

Kde se derivuje za klidového stavu o barometrickém tlaku. Pro chvění sloupce vzduchu platí rovnice kontinuity. Podle obrázku 3.1 platí

$$\rho_m S \Delta x = \rho S (\Delta x + \Delta u) \quad (22)$$

Hustota vzduchu se během průchodu mechanické vlny mění podle vzorce

$$\rho = \frac{\rho_m}{1 + \varepsilon} \quad (23)$$

Kde  $\varepsilon = \frac{\delta u}{\delta x}$  představuje poměrnou deformaci elementu vzduchu.

Pro akustické vlny je  $\varepsilon \ll 1$ , takže pro akustickou hustotu  $\rho_a = \rho - \rho_m$  platí aproximace

$$\rho_a \approx -\rho_m \varepsilon = -\rho_m \frac{\partial u}{\partial x} \quad (24)$$

Dosazením do linearizované stavové rovnice (21) dostáváme

$$p_a = -\rho_m \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0 \frac{\delta u}{\delta x} \quad (25)$$

Nyní dosadíme do pohybové rovnice (18) za akustický tlak a dostaneme hledanou vlnovou rovnici pro vzduch

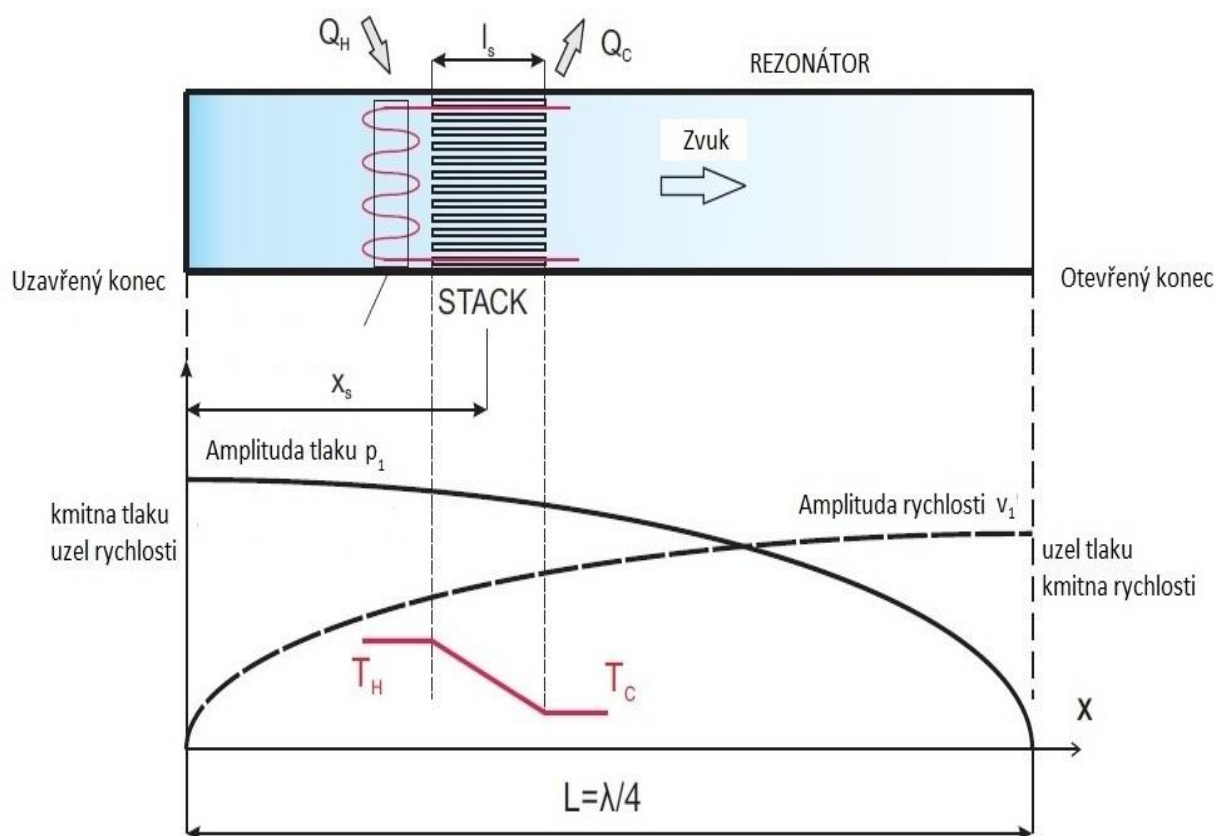
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (26)$$

Kde  $\left(\frac{dp}{dp}\right)_0 = c^2$

Což je evoluční lineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. Obecně řešitelná například metodou charakteristik.

Tato rovnice platí nejen pro vzduch, ale pro všechny plyny a kapaliny a dokonce také pro podélné akustické vlny šířící se pevnými látkami. Rychlost zvuku se dostane ze stavové rovnice příslušného média (Newton zde kdysi uvažoval izotermickou stavovou rovnici  $\frac{p}{\rho} = \text{konst.}$ , čímž se dopustil chyby, jak již bylo v úvodu této práce uvedeno. Je nutno uvažovat adiabatickou stavovou rovnici  $\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{konst.}$ )

Z teorie stojatého vlnění a z právě odvozených rovnic lze snadno ukázat průběh amplitud akustického tlaku a rychlosti příslušící termoakustickému rezonátoru (obr. 3.2 [6]).



Obr. 3.2: Ilustrace vztahu mezi amplitudou akustického tlaku a amplitudou rychlosti v termoakustickém rezonátoru

### 3.2 Teplotní spád

Předpokládejme konstantní střední teplotu  $T_m$  v celém stacku. Dále předpokládejme, že nedochází k tepelné výměně mezi částicí a okolím, tedy  $s = \text{konst.}$

Změny teploty  $T_1$  a objemu  $V_1$  jsou fázově posunuty o  $\pi$  rad vzhledem ke změnám akustického tlaku  $p_1$ . Změny akustického tlaku  $p_1$  jsou oproti změnám rychlosti částic  $u_1$  fázově posunuty o  $\frac{\pi}{2}$  rad. Vzduch berme jako ideální plyn.

Z rovnice adiabatického děje  $\frac{dT}{T} = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{dp}{p}$  (resp.  $\frac{dp}{p} = \kappa \frac{dV}{V}$ ) pak vychází [5]:

$$T_1 = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{T_m}{p_m} p_1 \quad (27)$$

$$V_1 = -\kappa \frac{V_m}{p_m} p_1 \quad (28)$$

Kde  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  je Poissonova konstanta.

#### Podélný teplotní spád

Teplotní spád podél stacku je vyvozený (v případě TA motoru) výměníkem tepla o vysoké teplotě na jednom konci a výměníkem tepla o nízké teplotě na druhém konci stacku. Právě tento spád způsobuje produkci nízkofrekvenčního zvuku a musí být větší než kritický [6].

#### Kritický teplotní spád

Teplota částice vzduchu se po vychýlení částice z jedné úvratě do druhé a po kompresi změní o

$$\delta T = 2u_1 \nabla T_m - 2T_1 \quad (29)$$

Teplo je ve stacku přenášeno izobaricky, platí tedy

$$q \approx c_p \delta T \quad (30)$$

Kde o tom, zda se jedná o teplo odvedené či dodané rozhoduje znaménko  $\delta T$ .

Definujme kritický teplotní spád

$$\nabla T_{\text{krit}} = \frac{2T_1}{2u_1} \quad (31)$$

Kritický teplotní spád jako funkci polohy stacku  $x$  vůči rezonátoru ( $x$  je měřeno od uzavřeného konce) získáme z rovnice (31) dosazením za  $T_1$  z rovnice (27), kam poté dosadíme z rovnice (25) za  $p_1$ , a dále dosadíme za  $u_1$  z rovnice (11) a výsledný výraz upravíme využitím rovnice pro rychlost zvuku v ideálním plynu  $c = \sqrt{\frac{\kappa p_m}{\rho_m}}$ . Získáme

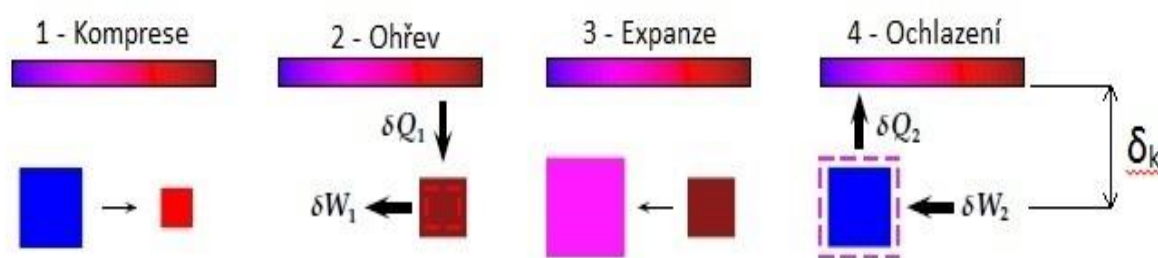
$$\nabla T_{\text{krit}} = \cotg\left(\frac{2\pi x}{4L}\right) (\kappa - 1) T_m \frac{2\pi}{4L} \quad (32)$$

### Poměr skutečného teplotního spádu a kritického teplotního spádu

TA zařízení může pracovat jako motor pouze tehdy, platí-li  $\nabla T_m > \nabla T_{\text{krit}}$ , tedy:

$$T_H - T_C > \frac{l_s T_1}{u_1} \quad (33)$$

Pokud tato nerovnost platí, pak je částice vzduchu v poloze 2 podle obr 3.3 [1] studenější než stěny póru a teplo se přenáší ze stacku do částice vzduchu, čímž dochází k expanzi. Ve čtvrtém kroku částice přichází do své nové polohy teplejší, než jsou stěny póru a dochází tedy k přenosu tepla z částice do pevné stěny [1].



Obr. 3.3: Částice vzduchu v blízkosti stěny stacku prodělávají cyklus o čtyřech krocích

### 3.3 Výkon termoakustického zařízení

Práce vyprodukovaná při termodynamickém cyklu podle obr. 3.4 [17] je rovna

$$\delta W = \oint p dV \quad (34)$$

Po integraci vychází

$$\delta W \approx 2p_1 \delta V \quad (35)$$

Závislost  $\delta V$  a  $\delta T$  popisuje definiční rovnice pro součinitel izobarické stlačitelnosti  $\beta = \frac{1}{V_m} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ , dostáváme

$$\delta W = -2p_1 (\beta V)_m \delta T \quad (36)$$

Protože nedochází k výměně tepla s okolím, vychází z rovnice adiabatického děje, Mayerovy rovnice a definice Poissonovy konstanty:

$$p_1 = \rho_m c_p T_1 \quad (37)$$

Rovnici (36) můžeme nyní za použití rovnic (37) a (31) přepsat jako

$$\delta W \approx -4 \left( \frac{p_1^2 V \beta}{\rho_m c_p} \right)_m \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{krit}} - 1 \right) \quad (38)$$

Znaménko mínus v rovnici značí, že akustická práce je systémem vykonávána.

Teplo, které částice přijímá, odpovídá

$$\delta Q \approx mc_p \delta T \quad (39)$$

A pro teplo platí

$$\delta Q \approx 2Vp_1 \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{krit}} - 1 \right) \quad (40)$$

Dále uvažujme obvod stěny póru stacku v rovině normály k ose rezonátoru  $\Pi$  a délku stěny stacku paralelně k ose rezonátoru  $L_s$  (viz. Obr. 3.5 [17]). Vzhledem k tomu, že pouze vrstva ve vzdálenosti  $\delta_k$  přispívá k termoakustickému přenosu tepla, je efektivní objemový tok vzduchu přibližně  $\Pi \delta_k u_1$ .

Termoakustický tepelný tok podél stacku (od  $T_H$  k  $T_C$ ) získáme nahrazením  $V$  v rovnici (40)

$$\dot{Q} \approx 2p_1 n \Pi \delta_k u_1 \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{krit}}} - 1 \right) \quad (41)$$

Celkový objem vzduchu v tepelném kontaktu se stackem je  $\Pi \delta_k L_S$ . Celková akustická práce vyprodukovaná při přenosu tepla je tedy

$$W \approx \frac{4n\Pi \delta_k L_S p_1^2 \beta}{\rho_m c_p} \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{krit}}} - 1 \right) \quad (42)$$

Výkon produkovaný TA motorem [17] je pak roven práci v jednom cyklu násobenou úhlovou frekvencí  $\omega$

$$\dot{W} = \omega \frac{4n\Pi \delta_k L_S p_1^2 \beta}{\rho_m c_p} \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{krit}}} - 1 \right) \quad (43)$$

Konečně, pokud využijeme rovnice pro rychlost vzduchu v ideálním plynu  $c^2 = \kappa \rho_m p_m = T_m c_p (\kappa - 1)$ , můžeme psát

$$\dot{W} = \omega \frac{4n\Pi \delta_k L_S p_1^2 (\kappa - 1)}{\rho_m c^2} \left( \frac{\nabla T_m}{\nabla T_{\text{krit}}} - 1 \right) = P \quad (44)$$

### Účinnost

Účinnost TA motoru je dána jako poměr vykonané práce a dodaného tepla [12], tedy

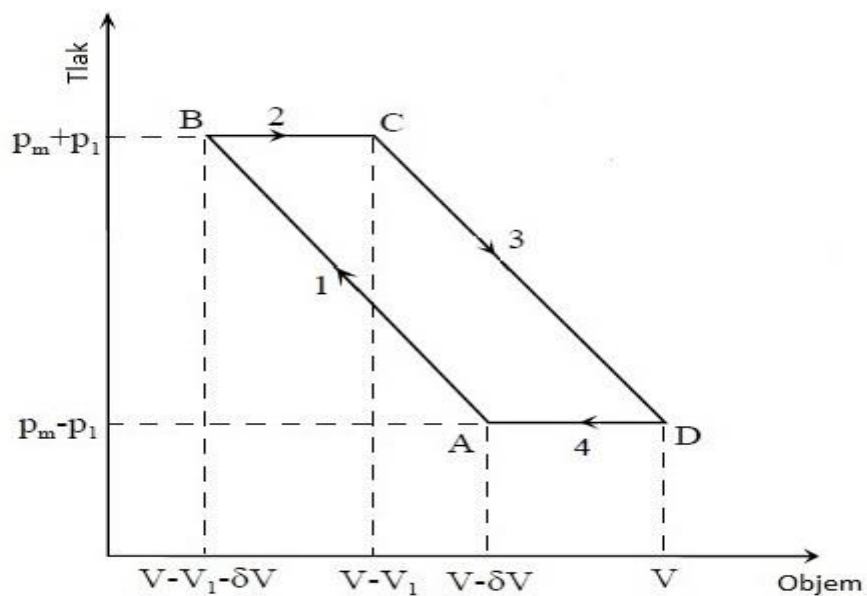
$$\eta = \frac{\omega p_1 \beta L_S}{\rho_m c_p u_1} \quad (45)$$

Tento výraz můžeme pomocí rovnic (31) a (37) zapsat jako

$$\eta = \frac{L_S T_1 \beta}{u_1} = \frac{L_S \nabla T_{\text{krit}}}{T_m} \frac{\nabla T_m}{\nabla T_m} = \eta_c \frac{\nabla T_{\text{krit}}}{\nabla T_m} \quad (46)$$

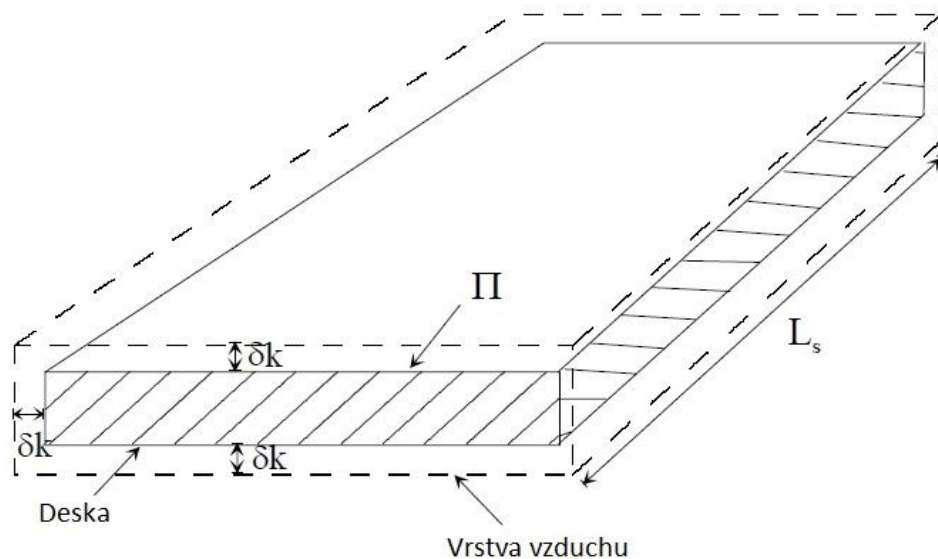
Z čehož vidíme, že pro nenulový výkon TA motoru je jeho účinnost vždy menší než Carnotova o faktor  $\frac{\nabla T_{\text{krit}}}{\nabla T_m}$ .





Obr. 3.4: Schématický p-V diagram termoakustického cyklu:

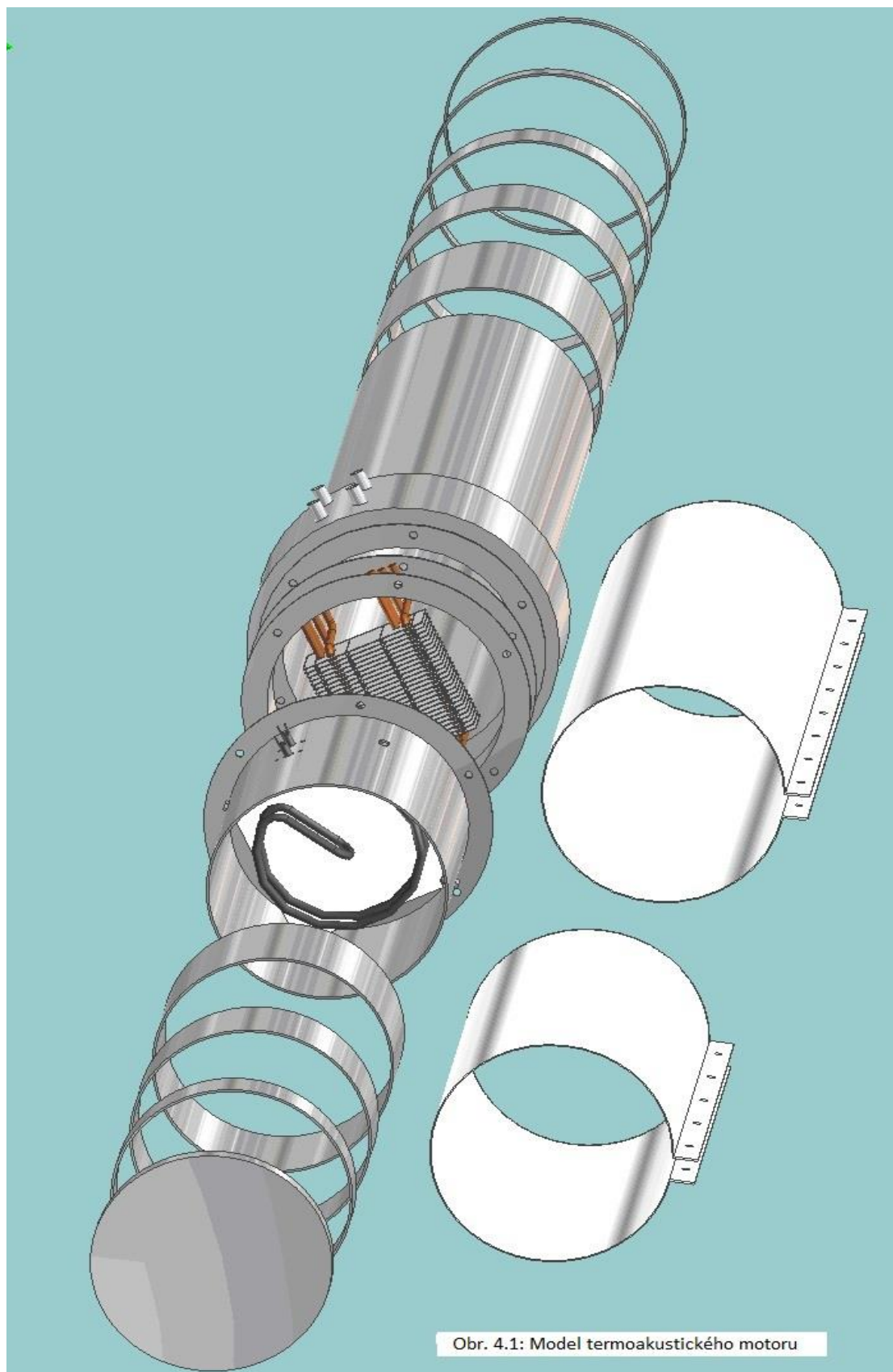
- 1 - adiabatická komprese
- 2 - izobarické ohřev
- 3 - adiabatická expanze
- 4 - izobarické zchlazení



Obr. 3.5: Deska stacku v kontaktu s vrstvou vzduchu

## 4. Návrh experimentu

### 4.1 Základní popis zařízení



Naše experimentální zařízení je znázorněno na obrázku 4.1 [3]. Jedná se o rezonátor o průměru  $D_r=200\text{mm}$ . Rezonátor je uzavřený na spodní straně a otevřený na straně horní. Jeho důležitou vlastností je možnost měnit délku, stejně jako relativní vzdálenost stacku. Těchto vlastností je docíleno díky přídavným dílům (viz. Obr. 4.1), které jsou k rezonátoru přilepovány pomocí teplotně odolné hliníkové pásky.

Stack je vyroben z keramiky o velké tepelné kapacitě a nízké tepelné vodivosti a je složen z velkého množství čtvercových kanálků o šířce stěny  $s = 0,35 \text{ mm}$ , vnitřní délce hrany kanálku  $a = 1,5\text{mm}$ . Výška stacku je  $L_s = 50 \text{ mm}$ . Celkový počet pórů stacku je přibližně  $n = 6000$  a jeho plocha je dána čtvercem o straně  $A = 140 \text{ mm}$ . Bezprostředně pod stackem je umístěna topná spirála o odporu  $R=25\Omega$  připojená na zdroj střídavého napětí. Pro topný výkon platí

$$P_{\text{topny}} = \frac{U^2}{R} \quad (47)$$

Nyní se dostáváme k hornímu konci stacku, kde existují dvě varianty chlazení:

- a) Výměnný chladič stacku - jedná se o několik měděných trubek protékaných chladicí vodou, jež prochází souborem vrstvených hliníkových plechů.
- b) Chladič stěny - jde o prstenec, který je součástí vrchního dílu rezonátoru a jímž je opět protékána chladicí voda.

## 4.2 Problém chlazení a problém vysokých teplot

Prvotním úkolem ve snaze zjistit výkonové charakteristiky termoakustického motoru bylo zprovoznění chlazení. Vzhledem k tomu, že při termoakustickém jevu dochází k přenosu tepla podél stacku od teplého konce ke studenému, je chlazení nezbytně důležité k docílení ustáleného stavu.

Problémem při snaze o zprovoznění chlazení se ukázal být samotný chladič, jehož tvar bránil vzniku vlnění. Tento poznatek prokázala série zkoušek se třemi různými typy stacků, které byly všechny prováděny při dosažení značných hodnot teplotního spádu (mnohdy šlo až o dvojnásobek hodnoty, pro kterou bez chladiče termoakustický jev nastal). Druhou variantou chlazení bylo přivést chladicí vodu do prstencového chladiče rezonátoru, čímž se zřejmě

podařilo proces o něco více přiblížit ustálenému. Toto řešení má ale k ideálnímu daleko, jelikož k odběru tepla dochází především na okrajích stacku. Přesto byla tato varianta nakonec použita.

Použitým chladicím médiem je destilovaná voda.

Další komplikací na cestě k úspěšnému zvládnutí experimentu se ukázaly být vysoké teploty, vlivem kterých lepidlo na hliníkové pásce ztrácelo své spojovací vlastnosti a docházelo k odpadnutí spodního konce rezonátoru. Tento problém částečně řeší plechová objímka (viz. Obr. 4.1), která zvládne jednotlivé části svěrně spojit. Přesto není problém zcela vyřešen, neboť nebylo výjimkou, že se teplota při měření dostala i nad hodnotu teploty tavení samotné pásky a nemohl tak být plně využit potenciál topné spirály a v konečném důsledku i celého TA zařízení.

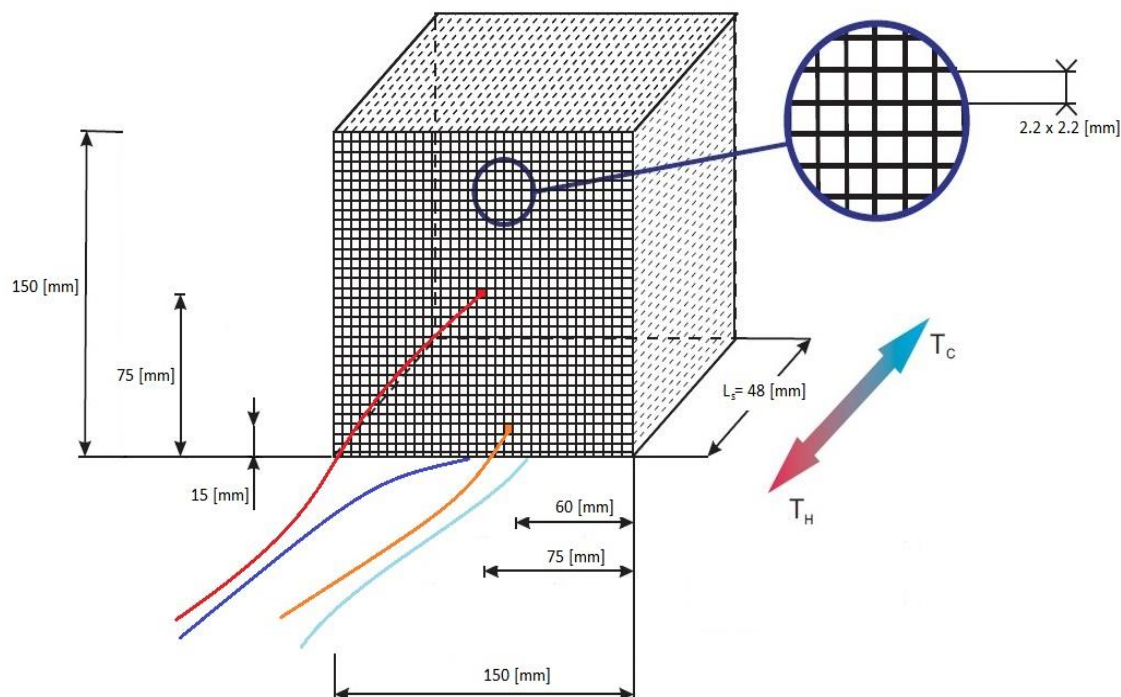
Problémem toto bylo především v případě, kdy byl použit kratší uzavřený konec, jelikož pak zřejmě došlo k prohřátí spodního konce rezonátoru mnohem rychleji.

### **4.3 Příprava měření**

Dalším krokem bylo uchycení termočlánků ke stacku, čehož bylo docíleno za pomoci tekutého silikonu, jímž byly konce termočlánků připevněny na stack, dva na studený a dva na horký konec. Poslední termočlánek byl volně uchycen k topné spirále.

Další dva termočlánky byly umístěny na vstup a na výstup z chladiče.

Umístění termočlánku na stacku znázorňuje obrázek 4.1. Použity byly termočlánky typu K – chromel+alumel.



Obr. 4.1: Stack

Velkým zdrojem nefunkčnosti motoru se ukázaly být netěsnosti. Ve světle tohoto poznatku se začal k utěsnění používat výše zmíněný silikon.

K záznamu průběhu teplot posloužila měřicí stanice DEWETRON 5000, jež zapisoval teploty v intervalech 1s. Mimo teploty byl další veličinou nutnou změřit akustický tlak. K tomuto účelu byl použit hlukoměr Brüel & Kjær Sound Level Meter - type 2250. Hlukoměr byl zavěšen ke stropu a spuštěn dovnitř do rezonátoru do vzdálenosti  $h = 130\text{mm}$  od otevřeného konce rezonátoru.

Výsledky měření byly vyhodnoceny v programu MATLAB R2012b. Výpočty byly provedeny v programu Microsoft Excel 2010. Samotná práce byla zpracována v programu Microsoft Word 2010.

Měření byla provedena pro 3 délky rezonátoru:

Délka 1 -  $L = 1,7\text{ m}$  ;  $x_s = 0,525\text{ m}$  ;  $\frac{x_s}{L} = 0,31$

Délka 2 -  $L = 1,45\text{ m}$  ;  $x_s = 0,295\text{ m}$  ;  $\frac{x_s}{L} = 0,20$

Délka 3 -  $L = 1,85\text{ m}$  ;  $x_s = 0,525\text{ m}$  ;  $\frac{x_s}{L} = 0,28$

## 5. Vyhodnocení výsledků, výpočty

### 5.1 Přímá získaná data

Byla získána data celkem z devíti měření a jednotlivá měření se liší jak délkou rezonátoru, tak topným výkonem. Při jednom z posledních měření však bylo zjištěno, že došlo k poruše termočlánku na okraji studeného konce stacku. Vzhledem k této skutečnosti je tedy průběh teplot na okraji studeného konce stacku k dispozici pouze pro jedno z celkových devíti měření. Tímto jedním měřením je měření číslo 9. Tento problém chybějících hodnot s přijatelnou přesností řeší předpoklad, že střední teplota ve stacku klesá přibližně stejně rychle pro všechna měření.

### Chladicí a topný výkon

Porovnání teplot chladicí vody na vstupu a na výstupu z chladiče rezonátoru ukázalo velmi malé rozdíly mezi těmito hodnotami. Tento výsledek ukazuje, že byla chlazením docílena konstantní teplota, což byl účel.

### 5.2 Vyhodnocení teplot

K vyhodnocení měření je nutné znát teplotní spád podél stacku.

Postupujeme následovně:

- 1) Vypočítáme průběh teplotního rozdílu jako prostý rozdíl jednotlivých zaznamenaných teplot na teplém a studeném konci. Takto získáme dva soubory hodnot, jeden pro střed stacku a druhý pro okraj (viz. zapojení termočlánků, obr.: 4.1)
- 2) Dále nalezneme interval hodnot, pro který zůstává střední hodnota oscilací těchto hodnot přibližně konstantní a vypočteme střední hodnoty teplot na tomto intervalu.
- 3) Aproximujeme nyní pokles střední hodnoty rozdílu teplot ve stacku přímkou. Máme tedy

$$\Delta T_{E, s} = \Delta T_{C, s} - Kr \Delta T_{C, s}$$

Vypočteme konstantu  $K$  a předpokládejme, že platí pro všechna měření. Můžeme tedy psát předpis pro libovolnou střední teplotu v závislosti na vzdálenosti od středu

$$\Delta T_r = \Delta T_{C, s} - Kr \Delta T_{C, s}$$

4) Pro střední hodnotu rozdílu teploty na teplotním poli stacku platí

$$\Delta T_s = \frac{4}{A} \int_0^{a/2} \int_0^{a/2} T_{H, s} - K\sqrt{x^2 + y^2} T_{H, s} dx dy$$

Integrál byl spočten numericky v programu Matlab.

Vzhledem k výše zmíněné poruše krajního termočlásku na studeném konci byla velikost konstanty  $K$  spočítána pouze pro jedno měření a použita následně ve výpočtech všech středních rozdílů teplot  $\Delta T_s$ .

Dalším důležitým teplotním parametrem je střední absolutní teplota vzduchu ve stacku  $T_m$ . Tato teplota byla zjištěna pomocí vzorce  $T_m = T_{s, \text{hot}} - \frac{1}{2} \Delta T_s$

Zde  $T_{s, \text{hot}}$  je střední teplota na horkém konci stacku. Výpočet  $T_{s, \text{hot}}$  probíhá podobně jako výpočet  $\Delta T_s$ , pouze s tím rozdílem, že je nyní možno zjistit konstantu  $K$  pro každé měření. Její hodnota pak pro všechna měření vychází přibližně stejná, což potvrzuje, že při výpočtu  $\Delta T_s$  nevznikla velká chyba.

### 5.3 Vypočtené hodnoty některých základních veličin termoakustiky

Následující část práce se zabývá výpočtem základních veličin termoakustiky vycházejících z 2. a 3. kapitoly této práce. Užitečná délka stacku je vypočtena dle obrázku 3.5.

Tabulky hodnot:

Číslo měření	L [m]	$x_s$ [m]	$L_s$ [m]	n.Π [m]	U [V]	$P_{\text{topny}}$ [W]	$f_{\text{hlukomer}}$ [Hz]	$L_p$ [dB]
1	1,7	0,525	0,05	3,6	100	400	52	126,3
2	1,7	0,525	0,05	3,6	120	576	52	131,1
3	1,7	0,525	0,05	3,6	140	784	52	133,3
4	1,7	0,525	0,05	3,6	160	1024	52	135,1
5	1,7	0,525	0,05	3,6	180	1296	52	135,3
6	1,45	0,295	0,05	3,6	100	400	60	125
7	1,45	0,295	0,05	3,6	120	576	60	128,3
8	1,45	0,295	0,05	3,6	140	784	60	132,5
9	1,85	0,525	0,05	3,6	140	784	48	134,5

Tab. 5.1

Číslo měření	$T_m$ [°C]	$c_p$ [ $\frac{J}{kg \cdot K}$ ]	$k_T$ [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ]	$\rho_m$ [ $\frac{kg}{m^3}$ ]	$v$ [ $\frac{m^2}{s}$ ]	$f_{vypočtová}$ [Hz]	$a_{vypočtová}$ [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$p_a$ [Pa]
1	220	1029	0,040	0,718	0,000037	65	445	58
2	280	1042	0,044	0,640	0,000045	69	472	102
3	320	1050	0,047	0,596	0,000051	72	488	131
4	360	1058	0,049	0,558	0,000057	74	504	161
5	400	1068	0,052	0,524	0,000063	76	520	165
6	280	1042	0,044	0,640	0,000045	81	472	50
7	320	1050	0,047	0,596	0,000051	84	488	74
8	330	1052	0,047	0,586	0,000052	85	492	119
9	220	1029	0,040	0,718	0,000037	60	445	150

Tab. 5.2

Číslo měření	$\delta_k$ [m]	$\delta_v$ [m]	$\Delta T_s$ [°C]	$\nabla T_m$ [ $\frac{K}{m}$ ]	$\nabla T_{krit}$ [ $\frac{K}{m}$ ]	$P$ [W]	$T_{s, rez.}$ [°C]	$\frac{\nabla T_m}{\nabla T_{krit}}$ [1]
1	0,000513	0,000426	73	1468	154	0,016	38	9,08
2	0,000551	0,000455	89	1782	196	0,054	38	9,44
3	0,000575	0,000474	106	2117	224	0,105	38	9,54
4	0,000598	0,000493	120	2407	252	0,178	38	9,52
5	0,000619	0,000510	137	2744	280	0,212	38	9,78
6	0,000509	0,000421	94	1877	367	0,007	28	5,12
7	0,000531	0,000438	110	2197	419	0,018	28	5,24
8	0,000536	0,000442	111	2225	432	0,048	28	5,15
9	0,000535	0,000444	54	1083	156	0,069	41	6,93

Tab. 5.3

Tab. 5.1 - Udává základní rozměry rezonátoru pro dané měření včetně umístění a rozměrů stacku, dále topný výkon a hladinu akustického tlaku pro změřený frekvenční pík.

Tab. 5.2 - Tato tabulka se zabývá převážně střední absolutní teplotou ve stacku  $T_m$ . Pro tuto teplotu jsou lineární interpolací zjištěny přibližné hodnoty základních konstant. V poslední části jsou pro tuto teplotu vzduchu vypočteny hodnoty rychlosti zvuku ve vzduchu a s využitím délky rezonátoru i frekvence produkovaného zvuku. Nakonec je vypočtena amplituda akustického tlaku pro konkrétní polohu hlukoměru 130 mm od volného konce rezonátoru (viz. 4.3).

Tab. 5.3 - V této tabulce je vypočtena tepelná penetrační hloubka a tloušťka viskózní vrstvy, z hodnot  $\Delta T_s$  je získán teplotní spád, je vypočten kritický teplotní spád a výkon TA motoru.



Z frekvence naměřené hlukoměrem je získána hodnota teploty  $T_{S,rez.}$ , jež odpovídá rychlosti zvuku pro tuto frekvenci.

## 5.4 Diskuze výsledků

### Výpočtová část

Tato část si dává za úkol vyhodnocení vypočtených výsledků podle výše zobrazených tabulek.

Frekvence vypočtená z absolutní hodnoty střední teploty ve stacku se poměrně značně liší od píkové frekvence naměřené hlukoměrem. Z hodnot v tabulce můžeme usoudit, že frekvence TA zařízení závisí primárně na délce rezonátoru. Vzhledem k tomu, že teplota  $T_{S,rez.}$  vyšla pro měření se stackem blízko uzavřenému konci malá, lze usoudit, že frekvence závisí v malé míře i na průběhu teplot ve stacku, jelikož při malé vzdálenosti mezi stackem a uzavřeným koncem ohřívá spirála přímo menší množství vzduchu.

Porovnání tepelné penetrační hloubky a tloušťky viskózní vrstvy ukazuje, že viskozita bude mít ve skutečnosti na chod zařízení velký vliv a její zanedbání bylo velkým zjednodušením.

Dle rovnice (45) závisí účinnost nepřímo na faktoru  $\frac{\nabla T_m}{\nabla T_{krit}}$ , lze tedy usoudit, že nejlepší účinnosti dosahuje zařízení při relativní poloze stacku co nejblíže uzavřenému konci rezonátoru. Na druhou stranu však zároveň s rostoucí účinností roste i kritický teplotní spád. Je tedy zřejmé, že je nutné najít rovnováhu mezi těmito dvěma skutečnostmi.

Důležitým faktem je závislost amplitudy tlaku na poloze hlukoměru a v konečném důsledku tedy závislost výkonu na místě, kde je odebírán.

Hodnoty výkonu v tabulce 5.3 byly spočteny pro vzdálenost hlukoměru od volného konce  $h = 130 \text{ mm}$ . Hodnota akustického tlaku však závisí na relativní poloze místa měření k rezonátoru. K vyhodnocení výkonu je tedy třeba hodnoty „sjednotit“. Vypočítejme tedy maximální hodnotu amplitudy akustického tlaku. S využitím rovnic (25) a (11) zřejmě platí

$$p_1 = p_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \quad (48)$$

Následující tabulka pak ukazuje maximální amplitudy akustického tlaku  $p_0$  a jim příslušející výkony.

Číslo měření	$p_0$ [Pa]	$P_{\max}$ [W]
1	488	1,089
2	847	3,759
3	1091	7,292
4	1343	12,416
5	1374	14,735
6	358	0,377
7	524	0,930
8	850	2,458
9	1363	5,655

Tab. 5.4

Porovnáme-li výkony při napětí na spirále  $U = 140V$ , tj. měření 3, 8 a 9; dojdeme k závěru, že nejvýhodnější délkou rezonátoru je délka 1. Určujícím parametrem pak zřejmě bude relativní vzdálenost stacku vzhledem k rezonátoru. Zároveň je zřejmé, že výkon TA motoru závisí zhruba lineárně na topném výkonu. Literatura se zmiňuje o ideální poloze stacku v jedné třetině délky rezonátoru od uzavřeného konce, čemuž zde uvedené hodnoty dobře odpovídají.

Vzhledem k odvození vzorce pro výkon (44) je při výpočtu použita výpočtová rychlost zvuku  $a_{\text{vypocova}}$ .

### Grafická část

V této části se pojednává o grafických přílohách práce (celkem 7). Na těchto grafech jsou vyobrazeny závislosti rozdílu teplot ve středu teplého a studeného konce stacku v závislosti na čase. Svislá čára příslušné čáry značí dobu rozběhu TA zařízení.

Graf I: Zobrazuje průběh rozdílu teplot ve středu stacku rezonátoru délky 1. Jsou zde dobře patrné výrazně větší oscilace průběhu teplot při vyšším topném výkonu.

Graf II: Ukazuje průběh měření při délce 2, tedy při mnohem menší vzdálenosti stacku od uzavřeného konce.

Graf III: Zde jsou vyneseny rozdíly teplot pro délku 3 jak ve středu, tak na okraji stacku. Dobře patrný je velmi podobný průběh oscilací.

Graf IV: Zde můžeme porovnat průběhy rozdílu teplot ve středu stacku pro všechny uvažované délky při konstantním topném výkonu. Z grafu je zřejmé, že oscilace závisí především na poloze stacku vzhledem k uzavřenému konci. Dále lze usoudit, že délka 3 je nejvýhodnější, protože termoakustický jev nastává při mnohem nižším rozdílu teplot a musí být přenášeno více tepla, které bylo samozřejmě pro všechna měření odebíráno chladičem.

Graf V: Zobrazuje závislost maximální amplitudy akustického tlaku na topném výkonu pro délku 1.

Graf VI: Zobrazuje závislost vyvozeného teplotního spádu na topném výkonu pro délku 1.

Graf VII: Zobrazuje závislost maximální amplitudy akustického tlaku na vyvozeném teplotním spádu pro délku 1.

## 6. Závěr

Z prezentovaných dat vyplývá, že největší vliv na výkon motoru má hladina akustického tlaku. Překvapivým výsledkem je, že právě tam, kde je dosaženo nejvyšší účinnosti zařízení, je dosaženo zároveň i nejnižší hladiny akustického tlaku. Do budoucna by mohlo být zajímavým úkolem zjištění optimální konfigurace, tedy jakési rovnováhy mezi účinností a výkonem.

Překážkou ve snaze docílit takového provedení mohou být netěsnosti. Krom zřejmého vnějšího utěsnění rezonátoru by bylo vhodné zvážit i izolaci stacku tak, aby co nejméně tepla proudilo ke studenému konci okolo. Rovněž bude nutné navrhnout takový chladič, který by rovnoměrně odebíral teplo ze studeného konce stacku a zároveň nebránil oscilacím vzduchu.

Dalším krokem ve výzkumu TA zařízení bude připojení tzv. „volného objemu“, naplnění rezonátoru heliem a zkoumání charakteristik zařízení v této konfiguraci.

Mělo by se tak docílit především lepšího přenosu tepla. Helium vykazuje velkou tepelnou vodivost, velkou tepelnou kapacitu a jeho molekuly na sebe navzájem působí velmi slabými elektrostatickými silami. Díky těmto vlastnostem budou výše zmíněné rovnice mnohem více odpovídat realitě. Vzhledem k jiným vlastnostem helia však bude třeba změnit rozměry pórů stacku.

Dalším vítaným přínosem „volného objemu“ pak bude jistě snížení hlučnosti zařízení, jelikož zvuková vlna se ve volném objemu rozptýlí.

Nakonec je třeba zdůraznit, že v celé práci byl předpokládán ideální plyn o nulové viskozitě, stack o nekonečně velké tepelné kapacitě a nulové tepelné vodivosti, a nulová tepelná vodivost vzduchu. v podélném směru. Tyto skutečnosti mají samozřejmě na provoz zařízení vliv, a proto jsou výše uvedené výpočty pouze aproximací skutečného stavu. Především vliv viskozity bude díky podobnosti viskózní mezní vrstvy a tepelné penetrační hloubky značný.

Skutečnosti mnohem lépe odpovídajících hodnot by bylo možné dosáhnout, pokud by byla měřena spolu s tlakem i akustická rychlost. A to buď přímo, nebo zprostředkovaně měřením hodnot akustického tlaku na dvou různých místech.

## Seznam použité literatury

- [1] IN 'T PANHUIS, Peter. Mathematical Aspects of Thermoacoustics. Eindhoven University of Technology, 2009.  
<http://alexandria.tue.nl/extra2/200911305.pdf>
- [2] NEWMAN, Jonathan, CARISTE, Bob, QUEIRUGA, Alejandro, DAVIS, Isaac, PLOTNICK, Ben, GORDON, Michael a SAN MARTÍN, Sydney. Thermoacoustic Refrigeration. GSET Research Journal, 2006.  
<http://www.osd.rutgers.edu/gs/06papers/Thermoacoustic.pdf>
- [3] KOLOUCH, Jakub. Návrh a konstrukce termoakustického zařízení
- [4] BAJER, Jiří. Mechanika 3.  
<http://muj.optol.cz/~bajer/skripta/kap7.pdf>
- [5] GARRET, Steven L. Thermoacoustic Engines and Refrigerators. The 4th International Meeting of Advances in Thermofluids, Melaka, Malaysia
- [6] NOVOTNÝ, Petr, VÍT, Tomáš, VESTFÁLOVÁ, Magda, LOPES, José - Standing-wave thermoacoustic engines
- [7] SWIFT. Gregory W. Thermoacoustic engines and refrigerators. J. Acoust. Soc. Am. 84(4), 198.
- [8] SCHAUER, Pavel. Vybrané statě z akustiky  
[http://fyzika.fce.vutbr.cz/doc/vyuka\\_schauer/vybrane\\_state\\_z\\_akustiky.pdf](http://fyzika.fce.vutbr.cz/doc/vyuka_schauer/vybrane_state_z_akustiky.pdf)
- [9] <http://www.theengineer.co.uk>
- [10] HIGGINS, B. Journal of Natural Philosophy and Chemical Arts 129 (1802), 22.
- [11] LORD RAYLEIGH. Theory of sound, Vol. II, Dover, New York, 1945.
- [12] STŘEDA, Ivo. Základy rovnovážné termodynamiky. Technická univerzita v Liberci, 2009.
- [13] KOPAL, Antonín. Fyzika I. Technická univerzita v Liberci, 2009.

- [14] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. Fyzika. Vysoké učení technické v Brně, 1997.
- [15] DVOŘÁK, VÁCLAV. Úvod do proudění stlačitelných tekutin, Technická univerzita v Liberci, 2009.
- [16] <http://www.engineeringtoolbox.com/>
- [17] TIJANI, Moulay El Hassan. Loudspeaker-driven thermo-acoustic refrigeration. Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- [18] NOVOTNÝ P., HSU S., WANG A. B., VÍT T. Influence of the Spatial Orientation of the Standing wave Thermoacoustic Prime Mover. Experimental Fluid Mechanics Hradec Králové, 2012.

## **Seznam příloh**

Graf I

Graf II

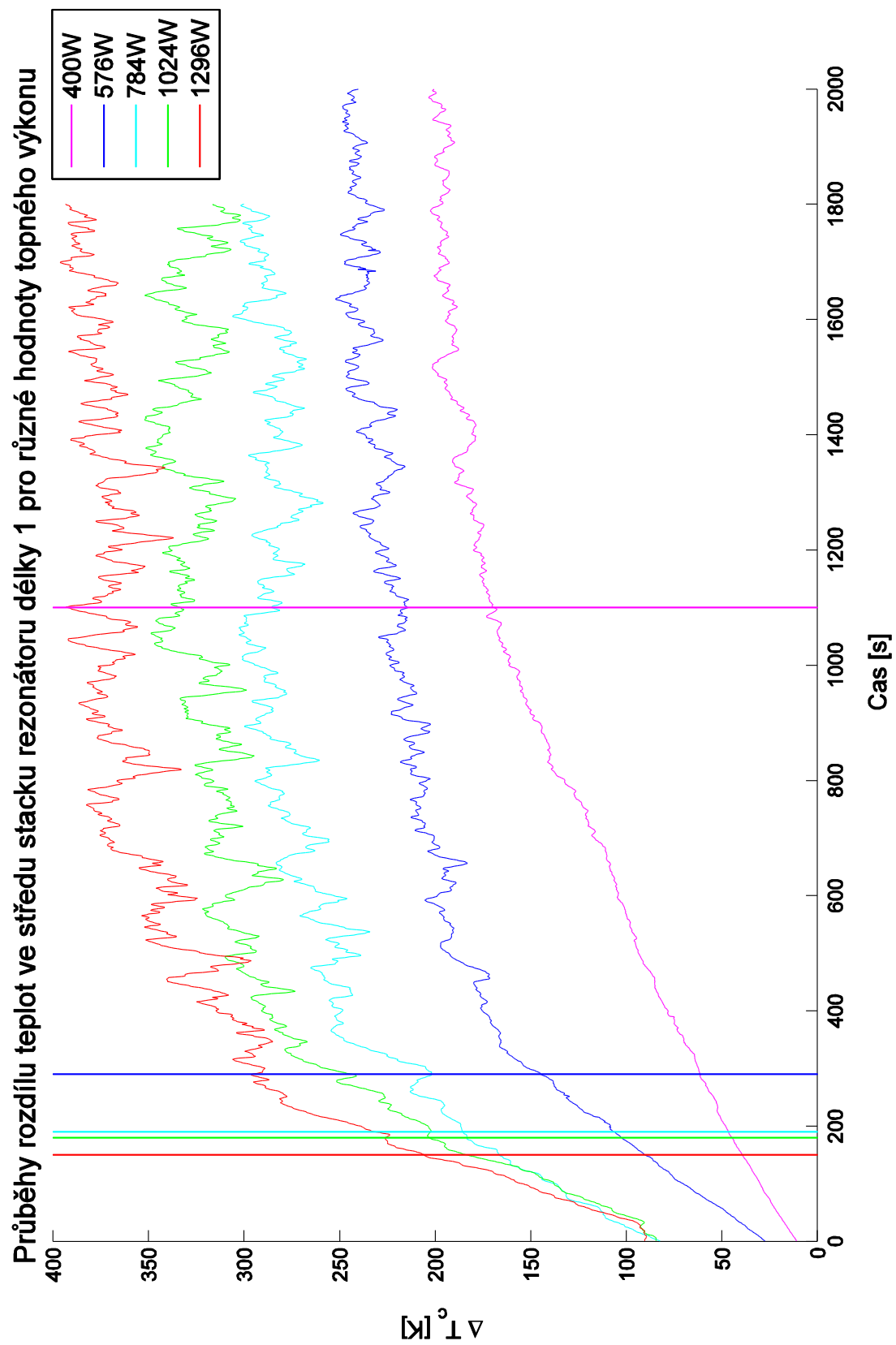
Graf III

Graf IV

Graf V

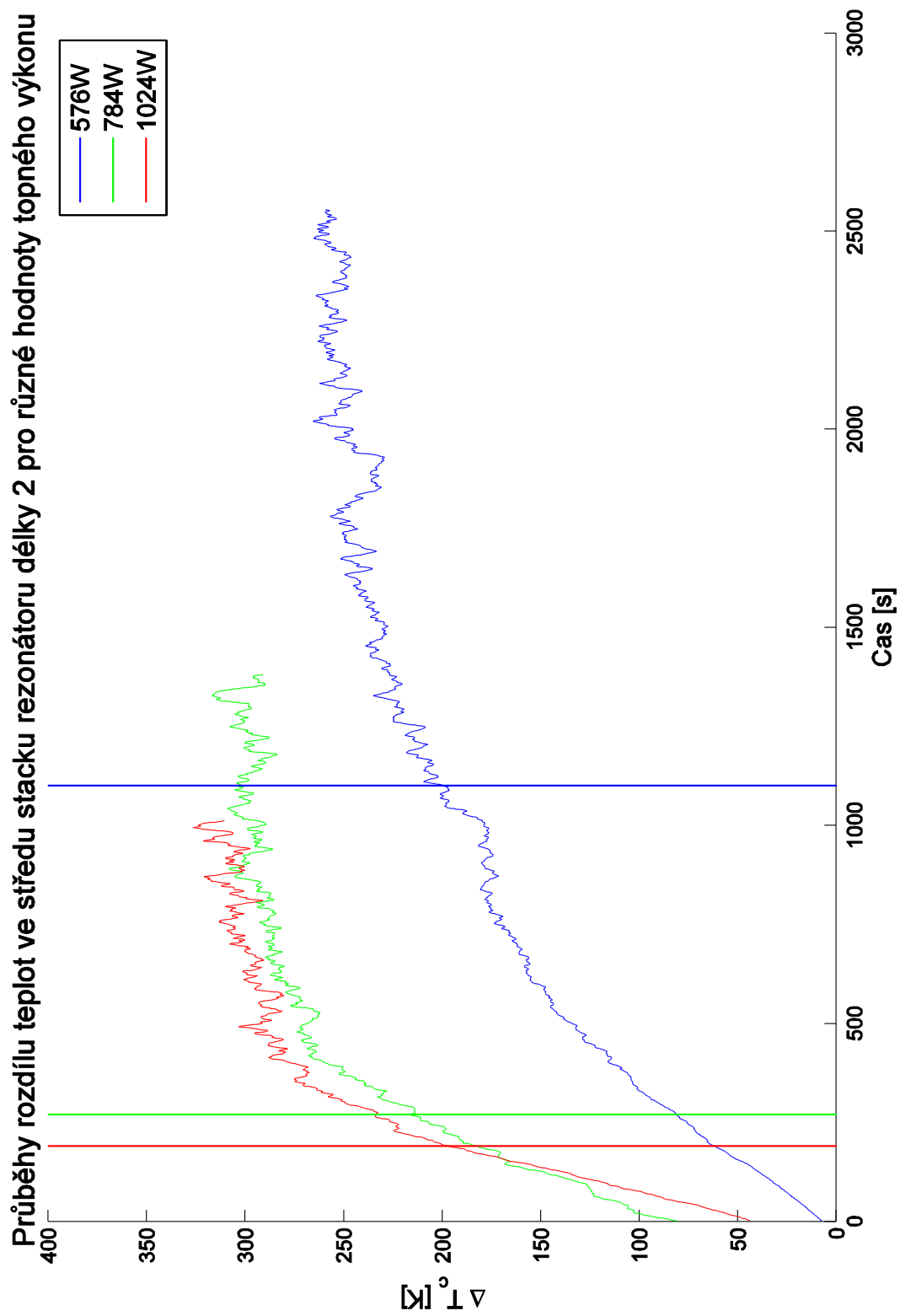
Graf VI

Graf VII

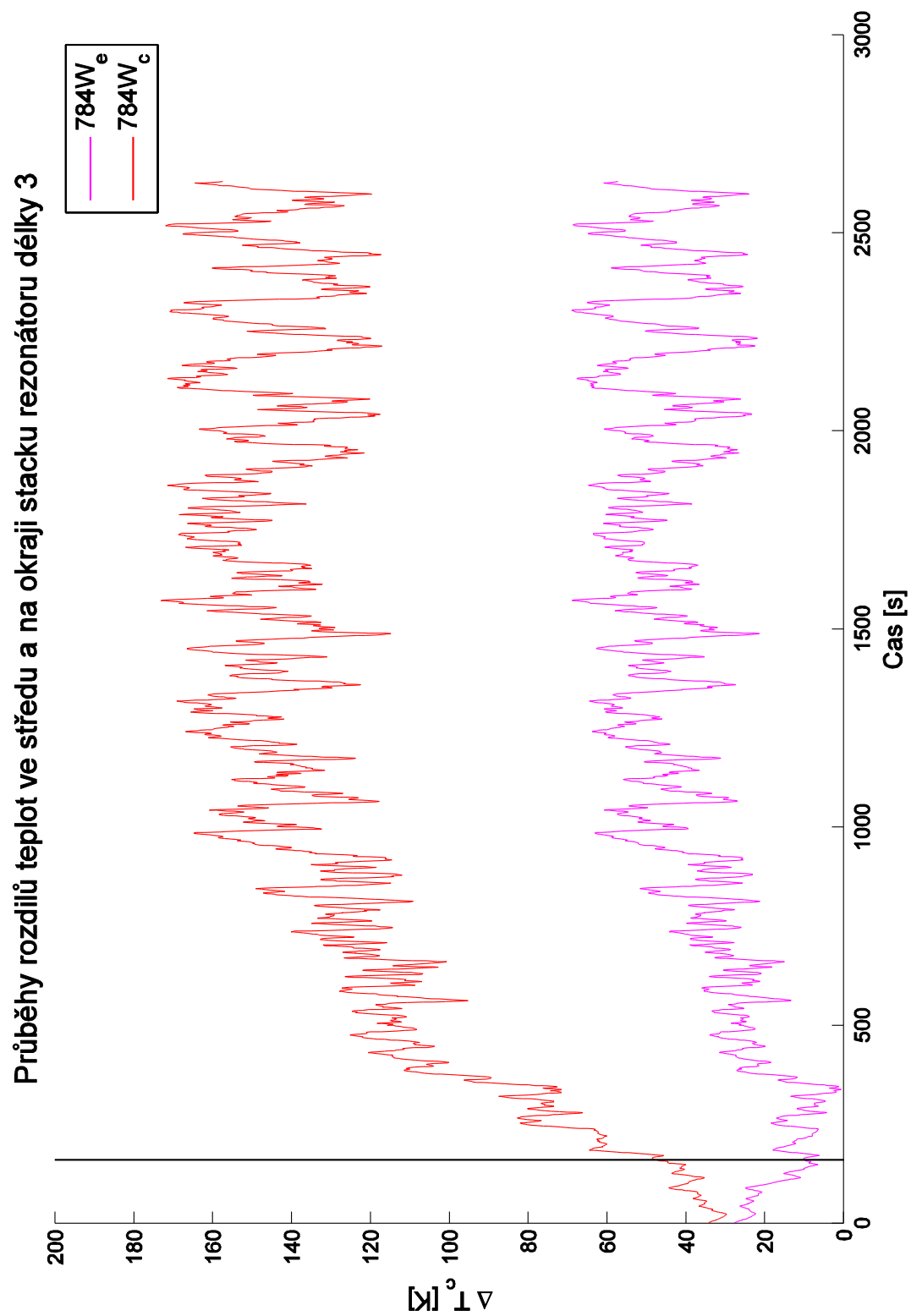


Graf I (svislá čára příslušné barvy značí počátek TA efektu)



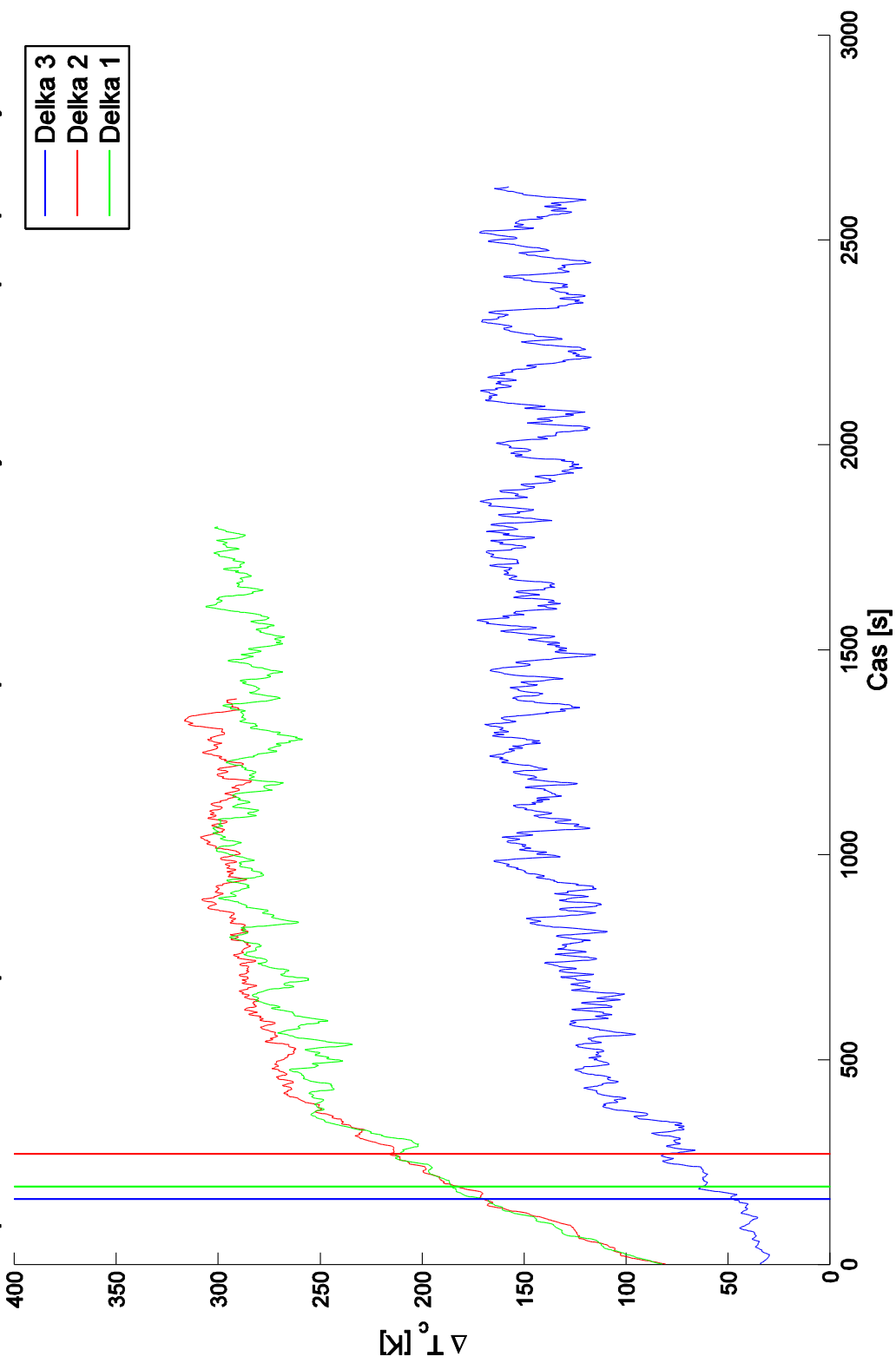


Graf II (svislá čára příslušné barvy značí počátek TA efektu)

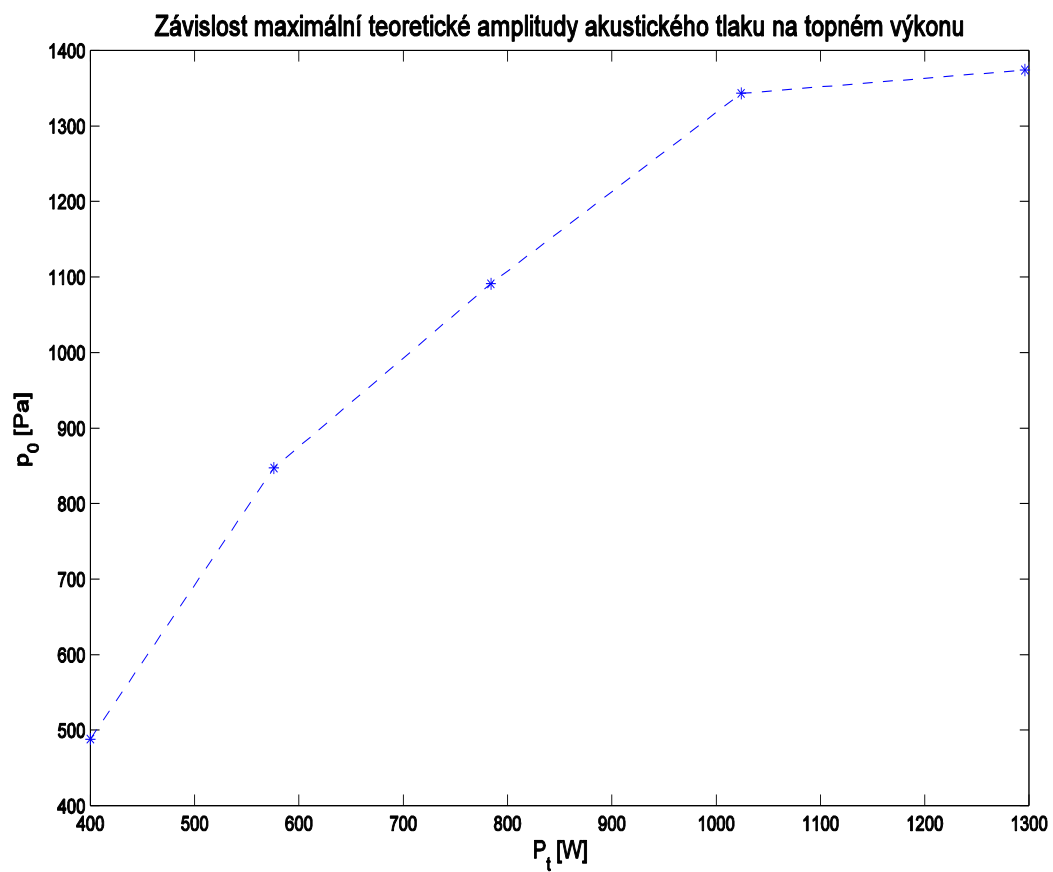


Graf III (svislá čára příslušné barvy značí počátek TA efektu)

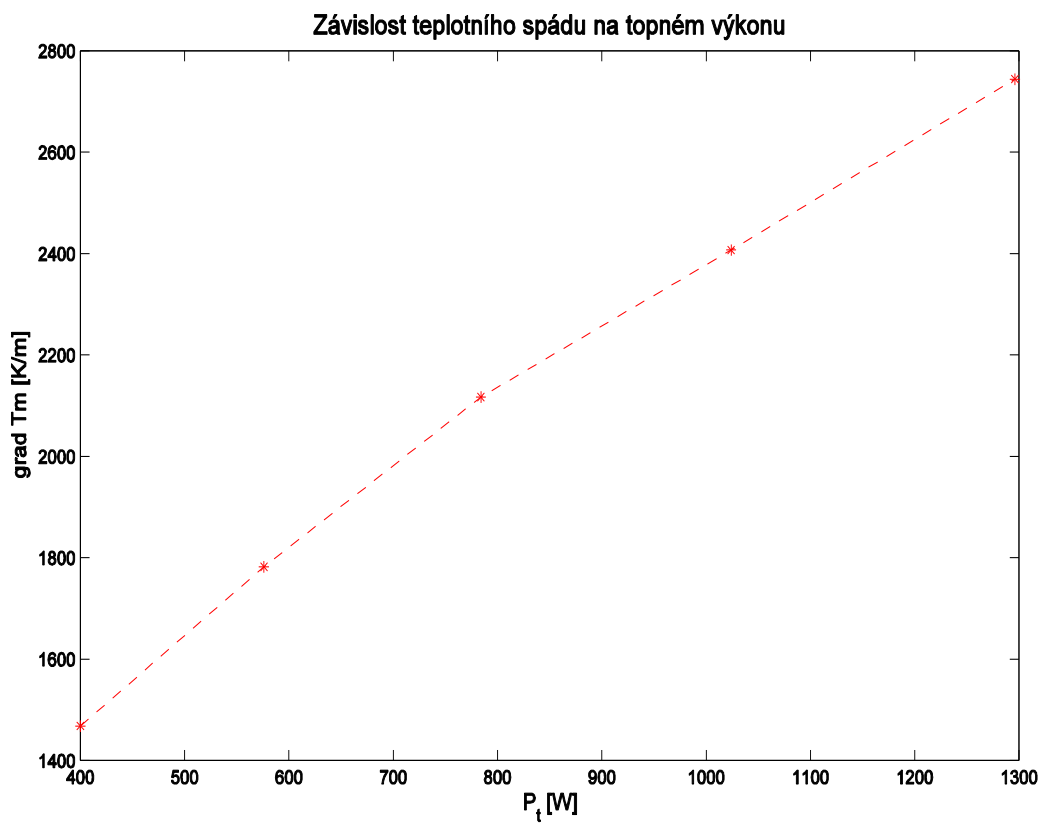
Srovnání průběhu rozdílu teplot na středě stacku pro 3 různé délky rezonátoru při topném výkonu 784W



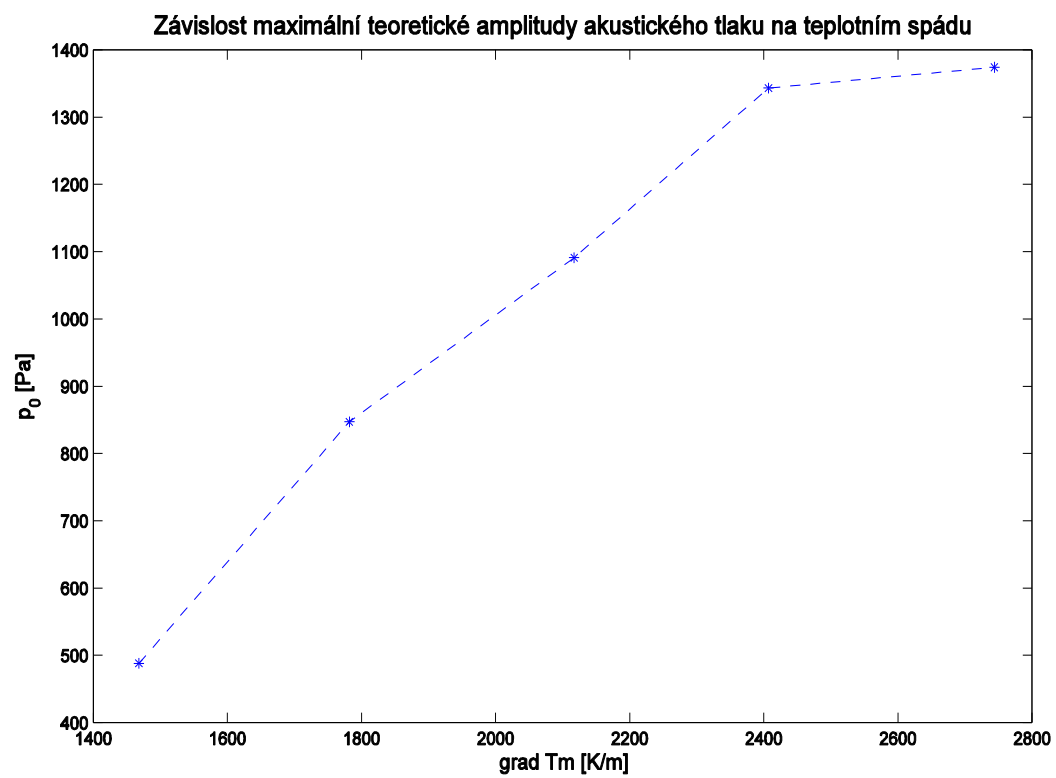
Graf IV (svislá čára příslušné barvy značí počátek TA efektu)



Graf V



Graf VI



Graf VII